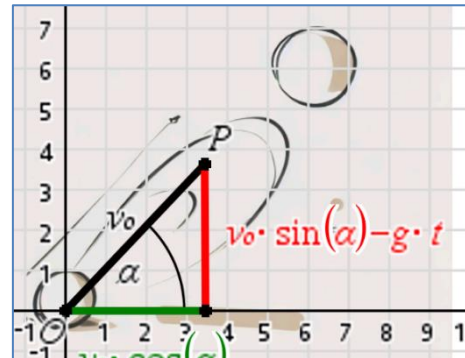


Kurve des schiefen Wurfs in Parameterdarstellung

Wertetabellen für Parameterdarstellungen von Kurven lassen sich problemlos mit dem TI-30 X Prio MathPrint™ erstellen. Man verwendet von den unter [table] zur Verfügung gestellten Funktionen $f(x)$ für die Komponente $x(t)$ und $g(x)$ für die Komponente $y(t)$. Als Argument muss aber anstelle der Variablen t die Variable x verwendet werden.

Beim schiefen Wurf erfolgt der Abwurf nicht senkrecht oder waagrecht, sondern unter einem bestimmten Abwurfwinkel $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ zu einem als eben angenommenen Untergrund.

Die *Abwurfgeschwindigkeit* \vec{v}_0 bei einem schiefen Wurf lässt sich in eine horizontale Komponente \vec{v}_x und eine vertikale Komponente \vec{v}_y zerlegen. Die Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung \vec{v}_x bleibt konstant, in y-Richtung wirkt die Gewichtskraft und der geworfene Körper wird mit der Fallbeschleunigung g auch nach unten beschleunigt.



(Quelle: privat)

Für die Beträge der Geschwindigkeitskomponenten gilt:

$$|\vec{v}_x| = v_0 \cdot \cos(\alpha) \text{ und } |\vec{v}_y| = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t$$

Der Parameter t steht hier für die Zeit

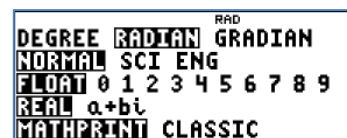
Damit gilt für die Wege:

$$s_x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \text{ und } s_y = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

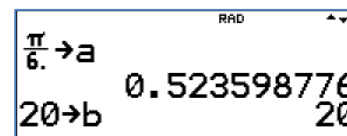
Für $t = 0$ sind sowohl $s_x = 0$ als auch $s_y = 0$. Die Komponente s_y wird mit zunehmender Zeit zunächst anwachsen, aber dann durch die nach unten wirkende Fallbeschleunigung immer kleiner werden. Wenn dann wieder $s_y = 0$ gilt, ist der Wurf abgeschlossen.

Die Parameterkoordinaten der Bahnkurve für einen schiefen Wurf mit $\alpha = 30^\circ$ und $v_0 = 20 \frac{m}{s}$ werden mit dem TI-30X Prio MathPrint™ ermittelt.

Mit $\boxed{2nd} \boxed{on}$ wird ein RESET durchgeführt, das auch den Winkelmodus auf DEG zurücksetzt. Hier wird aber für den Parameter das Bogenmaß gebraucht, deshalb wird unter [mode] auf RADIAN eingestellt. Die Option [mode] wird mit [quit] wieder verlassen.



Die Konstanten für den Abwurfwinkel und die Anfangsgeschwindigkeit werden als Variable a bzw. b als Dezimalzahlen gespeichert. Wegen der Einstellung auf Bogenmaß wird der Abwurfwinkel in Bogenmaß ($a = \frac{\pi}{6}$) eingegeben.



Mit der Option [table] werden die Gleichungen für s_x und s_y unter $f(x)$ bzw. $g(x)$ eingegeben:

$$f(x) = b \cdot \cos(a) \cdot x \text{ und } g(x) = b \cdot \sin(a) \cdot x - 0.5 \cdot g \cdot x^2$$

$$f(x) = b \cdot \cos(a) \cdot x \uparrow$$

$$g(x) = -0.5g \cdot x^2 \uparrow$$

Die Variable g und auch ihre Einheit für die Fallbeschleunigung findet man unter der Option [constants] als Zweitbelegung der Taste \square .

DEG	NAMES	UNITS
1:	c	Speed Light
2:	g	GravityAccel
3:	h	Planck Const

Das TABLE SETUP wird mit der Schrittweite Step = 0.5 eingestellt.

TABLE SETUP		RAD
Start=	0	
Step=	0.5	
Auto	x = ?	

Nun können die Werte für $f(x)$ und $g(x)$ tabelliert und als Punkte $(f(x)|g(x))$ auf Papier übertragen werden (s. Tabelle). Sobald $g(x)$ negativ wird, kann die Tabellierung eingestellt werden.

x	f(x)	g(x)
0	0	0
0.5	8.660254	3.774169
1	17.32051	5.096675

x	f(x)	g(x)
1.5	25.98076	3.967519
2	34.64102	0.3867
2.5	43.30127	-5.64578

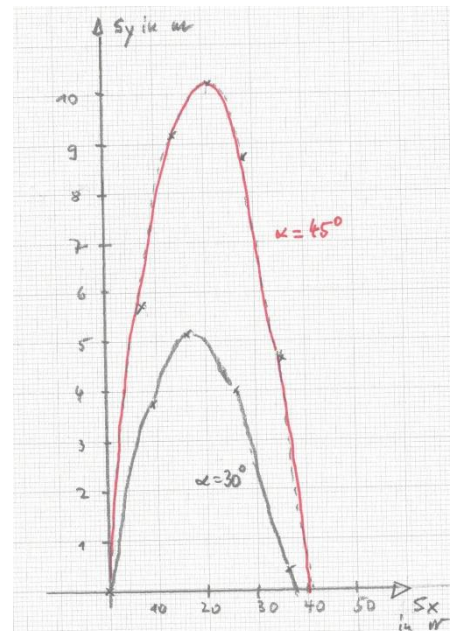
x = t (Zeit)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$f(x) = s_x$	0	8,7	17,3	26,0	34,6	43,3
$g(x) = s_y$	0	3,8	5,1	4,0	0,4	-5,6

Die Wurfparabel kann dann ebenfalls auf Papier skizziert werden:

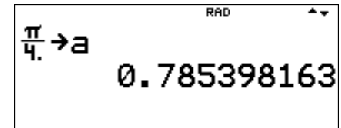
Hinweis: Mit einer Verfeinerung der Schrittweite z. B. auf 0,25 oder noch kleiner können Näherungswerte für die Koordinaten vom Scheitelpunkt (Wurfhöhe) und von der Nullstelle (Wurfweite) genauer bestimmt werden. Ein guter Näherungswert für die Wurfweite ist z. B. $s_y(2,04) = 35,30 \text{ m}$ bei einer Wurfzeit von 2,04 s. Zum gezielten Probieren und Tabellieren kann man hierzu auch gut die Option $x = ?$ im TABLE SETUP nutzen

TABLE SETUP		RAD
Start=	2	
Step=	0.5	
Auto	x = ?	

x	f(x)	g(x)
2.25	38.97114	-2.32308
2.35	40.70319	-3.57861
2.04	35.33384	-0.00568



Möchte man nun die Abhängigkeit der Wurfweite vom Abwurfwinkel α untersuchen, braucht man nur die Variable a durch die neue Winkelgröße im Bogenmaß zu ersetzen und kann alle sonstigen Einstellungen auf dem Rechner so lassen, wie sie oben beschrieben wurden.



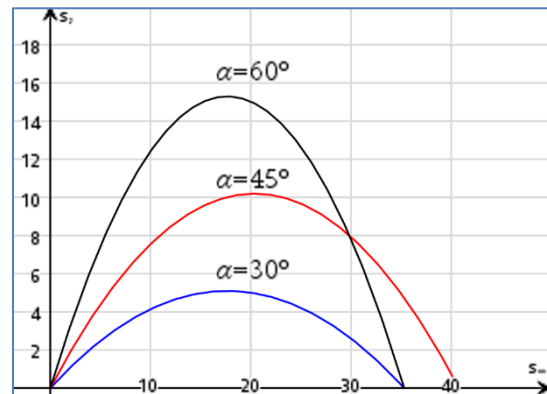
A calculator display showing the conversion of the angle $\frac{\pi}{4}$ to radians. The input is $\frac{\pi}{4} \rightarrow a$ and the output is 0.785398163 . The mode is set to RAD.

So lässt sich u.a. herausarbeiten, dass bei $\alpha = 45^\circ$ und gleicher Abwurfgeschwindigkeit die größte Wurfweite erreicht wird.

Im Unterricht bietet sich dazu eine Phase der Gruppenarbeit an.

Eine andere Idee der unterrichtlichen Umsetzung für Lerngruppen, die mit einem WTR arbeiten sei hier kurz skizziert:

Es wird ein Beispiel mit dem WTR demonstriert und ein solches Beispiel von den Schülern selbstständig bearbeitet. Weitere Beispiele werden dann mit einer geeigneten Software (hier z.B. die TI-NspireTM-Software) von der Lehrkraft demonstriert und im Unterrichtsgespräch verallgemeinert.

**Autor:**

Dr. Wilfried Zappe