

Statistische Proces Controle

Katrien Descamps
Studente KU-Leuven

Inhoud

Hoofdstuk 1: Inleiding

Hoofdstuk 2: Gegevens verzamelen en ordenen

Hoofdstuk 3: Verwerken van de gegevens

\$1. Tolerantiegrenzen

\$2. Kenmerken van een beheerst proces

Hoofdstuk 4: Regelkaarten of controlekaarten

\$1. Soorten regelkaarten

\$2. X/R-kaart

Projectwerk Statistische Proces Controle

HOOFDSTUK 1: INLEIDING

In een chocoladefabriek wil men dat er per reep chocolade 23 hazelnoten worden gebruikt. Daarom controleert men regelmatig het aantal hazelnoten in een reep chocolade.

Een koffiebranderij verkoopt koffie in verpakkingen van 500 g. Omdat heel wat klanten klachten hebben over het gewicht van de pakjes koffie, vreest de firma dat de automatische vulmachine in gebreke blijft.

Voor het construeren van computers heeft de firma A onderdelen nodig. Deze onderdelen wil de firma A kopen bij leverancier B op voorwaarde dat maximum 2% van de door B geleverde stukken defecten vertonen.

De klant is koning. Daarom wil elke fabriek, ieder bedrijf ‘zonder fouten’ produceren om zijn klanten tevreden te stellen. Maar dit lukt natuurlijk nooit. Hoe klein de afwijkingen ook zijn, het is onmogelijk om steeds identieke perfecte producten te produceren. Producten en productieprocessen zijn door toeval altijd onderhevig aan een zekere hoeveelheid van VARIATIE of SPREIDING.

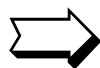
Om een kwaliteitsproduct te realiseren, moet men deze variatie constant houden. STATISTISCHE PROCES CONTROLE (S.P.C.) is hierbij onmisbaar. S.P.C. is dus een noodzakelijk hulpmiddel voor kwaliteitsbewaking.

Aan kwaliteitsbewaking/ kwaliteitsverbetering begin je niet zomaar. Je moet eerst een juist beeld hebben van het verloop van het productieproces.

Een proces dat alleen door toeval onderhevig is aan een zekere hoeveelheid spreiding (= natuurlijke of normale spreiding), wordt een STATISTISCH BEHEERST PROCES genoemd. Wanneer er ook variatie van aanwijsbare bronnen (zoals een defecte machine, slijtage,...) optreedt, spreken we van een STATISTISCH ONBEHEERST PROCES.

Een kwaliteitsproduct is het resultaat van een goed lopend of statistisch beheerst proces.

PROCES

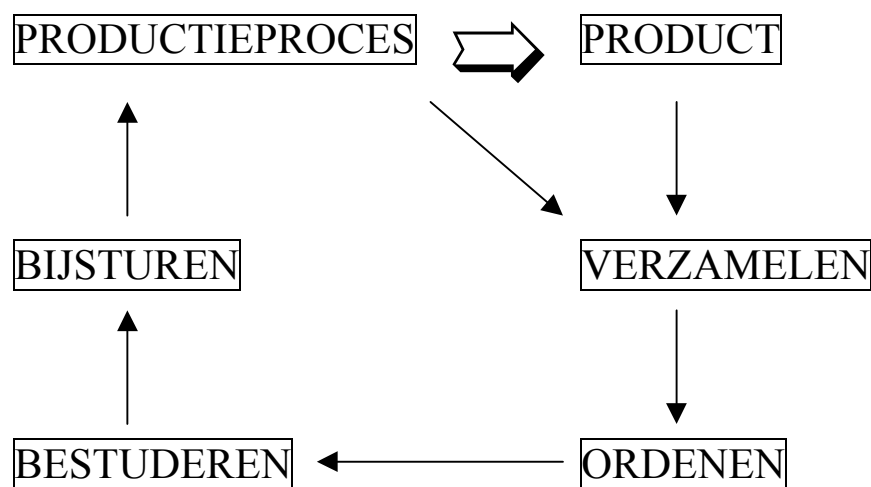


PRODUCT

Om te weten hoe stabiel het productieproces is in de tijd, volgt S.P.C. de volgende stappen:

- 1) **Verzamelen:** gegevens verzamelen over het product of proces
- 2) **Ordenen:** deze gegevens noteren op een kaart
- 3) **Bestuderen:** verloop van deze gegevens bestuderen
- 4) **Bijsturen:** indien nodig sturen we het productieproces bij

schematisch:



S.P.C. laat ons zien:

- hoe het productieproces verloopt
- wanneer we wel of niet moeten ingrijpen

HOOFDSTUK 2: GEGEVENS VERZAMELEN EN ORDENEN

Stel je voor dat de chocoladefabriek uit het vorige hoofdstuk ongeveer 6000 repen chocolade per uur produceert.

Het is onmogelijk om het aantal hazelnoten per reep na te gaan voor die 6000 stuks per uur. Neem even aan dat er 10 seconden nodig zijn om het aantal noten in één reep te tellen. In dat geval hebben we 60 000 sec of ongeveer 17 uur nodig om het werk van een uur productie te meten.

Men zal dus anders te werk moeten gaan. We zouden kunnen stalen nemen. We kiezen dan slechts enkele delen van de gehele productie (= populatie). We voeren dan een STEEKPROEF uit. Per uur worden er bijvoorbeeld 100 repen gecontroleerd.

In het bovenstaande voorbeeld geldt:

- * waarneming: aantal hazelnoten
- * populatie: de verzameling van alle geproduceerde repen chocolade
- * steekproef: de verzameling van alle gecontroleerde repen

Statistische procescontrole betekent aan de hand van metingen het lopende productieproces volgen en zo nodig bijsturen.

Plotselinge veranderingen in de metingen ten gevolge van machinebreuk, slijtage van werktuigen, onzuiverheden in grondstoffen, verkeerd bijstellen, enz. kunnen ons waarschuwen wanneer we moeten ingrijpen. Daarom is het zeer nuttig om regelmatig steekproeven te nemen.

Een fabrikant levert lucifers in doosjes van vijftig stuks. Deze doosjes worden machinaal verpakt en zullen wel niet allemaal precies vijftig lucifers bevatten. Nochtans streeft de fabrikant ernaar om zoveel mogelijk doosjes te produceren die exact vijftig lucifers bevatten. Daarom controleert de fabrikant elk uur het aantal lucifers in tien doosjes.

De fabrikant voert elk uur een steekproef uit van grootte tien. Op die manier hoopt hij tijdig afwijkingen in het proces te ontdekken en kan hij -indien nodig- het proces bijsturen.

Stel dat de fabrikant slechts eenmaal per week tien doosjes zou controleren (bijvoorbeeld bij het begin van de werkweek), dan is het volgende scenario goed mogelijk: de doosjes bevatten de eerste productiedag ongeveer vijftig lucifers maar omwille van een machinebreuk daalt het aantal lucifers per doosje de volgende dagen gevoelig. Deze afwijking in de productie zou dan pas de volgende week worden ontdekt. Ondertussen zouden reeds heel wat doosjes die niet voldoen aan de eisen van de klant over de toonbank zijn gerold.

Het is dus belangrijk om regelmatig steekproeven uit te voeren. Hoe vaak een steekproef moet worden genomen (= de steekproeffrequentie) en hoe groot die steekproef moet zijn (= steekproefgrootte), hangt af van verschillende factoren. Dit valt echter buiten het bestek van dit project.

Enkele mogelijkheden voor het regelmatig nemen van een steekproef zijn:

- neem een steekproef van vijf stuks om het uur,
- tweemaal per shift,
- op het einde van een partij van 500 of 1000 stuks.

We kunnen deze meetgegevens bijhouden in een tabel. De bedoeling is dan om deze te verwerken om te zien of er ergens een machine bijgesteld moet worden in het productieproces. Om deze gegevens bij te houden en te verwerken maakt men gebruik van **CONTROLEKAARTEN**. Men spreekt ook soms van **REGELKAARTEN**.

Er bestaan verschillende soorten controlekaarten, naargelang de manier waarop de gegevens verwerkt worden. (zie hoofdstuk 4 voor meer uitleg)



Onder een steekproef verstaan we een deel van een gehele massa dat men bestudeert om uitspraken te kunnen doen over het geheel. S.P.C. betekent aan de hand steekproeven het lopende productieproces volgen en zo nodig bijsturen.

Het verschil van de bovenste tolerantiegrens (BTG) en de onderste tolerantiegrens (OTG) geeft ons de grootte van het TOLERANTIEGEBIED. Dit gebied geeft aan binnen welke maten de gemaakte producten moeten liggen om bruikbaar te zijn.

§2. KENMERKEN VAN EEN BEHEERST PROCES

Het doel van S.P.C. is te bepalen wanneer een proces niet meer beheerst verloopt.

Daarom is het belangrijk het verschil te herkennen tussen een statistisch beheerst proces en een statistisch onbeheerst proces.

Een buizenfabriek moet 70 buizen van 50 cm leveren met een toegestane tolerantie van 5 mm. Na productie wordt de lengte van elke buis nagemeten. De meetresultaten uitgedrukt in cm zijn:

50	49.9	50.1	50	50.2	49.7	50.3	50.3	50.2	50
50	49.6	50	50.3	49.8	50.3	49.9	49.7	49.9	50.3
49.8	50.2	50	50.1	50	50	49.7	50.3	50	49.9
49.9	49.9	49.8	50.1	50.2	49.6	49.9	50.1	50.2	50
50.1	50.1	49.9	49.8	49.9	50	49.7	50.1	49.9	49.8
50.2	50.2	49.9	50.4	49.9	50	50.1	50	50	50.2
50.1	50.4	49.6	50.1	49.7	49.8	50.1	49.8	50	50

De grootte van het tolerantiegebied in dit voorbeeld bedraagt 1 cm. Dit betekent dat

alle waarden tussen 49,5 cm en 50,5 cm als aanvaardbaar worden beschouwd.

De maximale lengte van de geproduceerde buizen bedraagt 50,4 cm en de minimale lengte 49,6 cm. Deze waarden liggen in het tolerantiegebied. Alle geproduceerde buizen voldoen aan de lengte-eis van de klant.

Wanneer we dit wiskundig willen uitdrukken, dan kunnen we gebruik maken van een spreidingsmaat die rekening houdt met de maximum- en minimumwaarde, namelijk de range R .

In het bovenstaande voorbeeld is $R = \text{maximum} - \text{minimum} = 0,8 \text{ cm}$

Dit brengt ons tot een eerste kenmerk van een beheerst proces:

De range R van de gefabriceerde producten is kleiner dan het tolerantiegebied.

Appels van eerste categorie hebben een omtrek van 20 cm, met een toegestane tolerantie van 2cm. Van een bak appels van eerste categorie meten we van 20 appels de omtrek. We bekommen de volgende gegevens:

16	18	17	18	19	18	17	16	19	16
18	16	19	16	18	17	18	19	16	18

De grootte van het tolerantiegebied in dit voorbeeld bedraagt 4cm.

De range is 3 cm. De voorwaarde dat de range kleiner moet zijn dan het tolerantiegebied is voldaan. Nochtans voldoen maar liefst 9 appels van de 20 niet aan de eisen.

Kijken we eens naar het gemiddelde in bovenstaand voorbeeld: $17,452 \approx 17$ cm. Deze gemiddelde waarde behoort niet eens tot het tolerantiegebied.

Hernemen we even het voorbeeld over de buizen. De gemiddelde waarde is daar

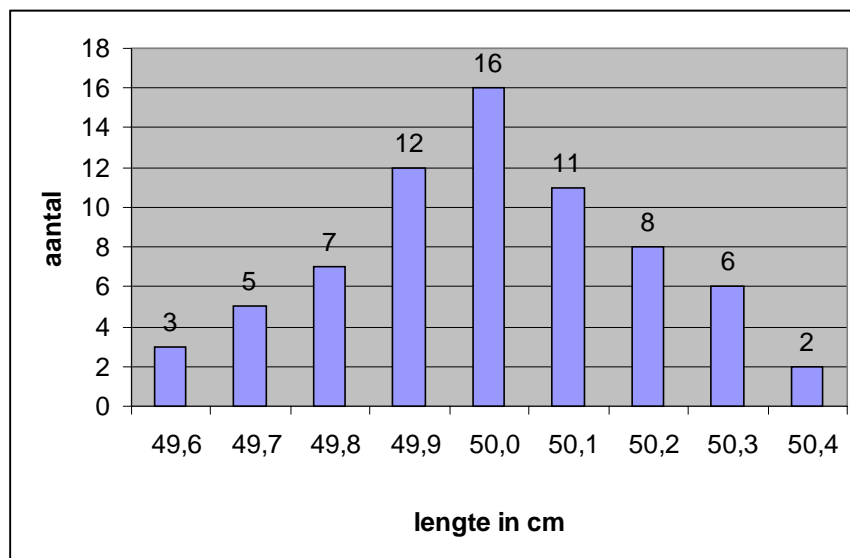
$$\bar{X} = \frac{\text{som van alle waarden}}{\text{aantal metingen}} = 50 \text{ cm.}$$

Deze waarde behoort wel tot het tolerantiegebied. Het gemiddelde ligt bovendien in het midden van het tolerantiegebied.

Dit brengt ons bij een tweede kenmerk:

Het gemiddelde \bar{X} van de gefabriceerde producten ligt in het midden van het tolerantiegebied.

We kunnen de gegevens uit het voorbeeld van de buizen eens grafisch voorstellen. We stellen een staafdiagram met de frequenties op.



De frequentiecurve heeft de vorm van een klok. Dergelijke frequentieverdelingen noemen we een NORMALE VERDELING. We spreken ook wel eens van een verdeling van Gauss.

Kenmerkend voor deze frequentieverdeling is dat zowel de laagste als de hoogste waarden weinig voorkomen (lage frequenties hebben) en de middelste waarden het vaakst voorkomen (hoge frequenties hebben).

Uit de symmetrie van de frequentiecurve volgt dat het gemiddelde \bar{X} juist onder de top van de frequentiecurve ligt.



Bij een ideaal productieproces ...

- **is de range R van de gefabriceerde producten kleiner dan het tolerantiegebied**
- **ligt het gemiddelde \bar{X} van de gefabriceerde producten in het midden van het tolerantiegebied.**

Eenmaal het productieproces op deze wijze is afgesteld, weten we dat de gemaakte producten voldoen aan de gestelde normen of toleranties.

HOOFDSTUK 4: CONTROLE- of REGELKAARTEN

§1. Soorten regelkaarten

Het doel van statistische procesbeheersing is te bepalen wanneer een proces niet meer beheerst verloopt. Hiertoe wordt gebruikgemaakt van regelkaarten of controlekaarten.

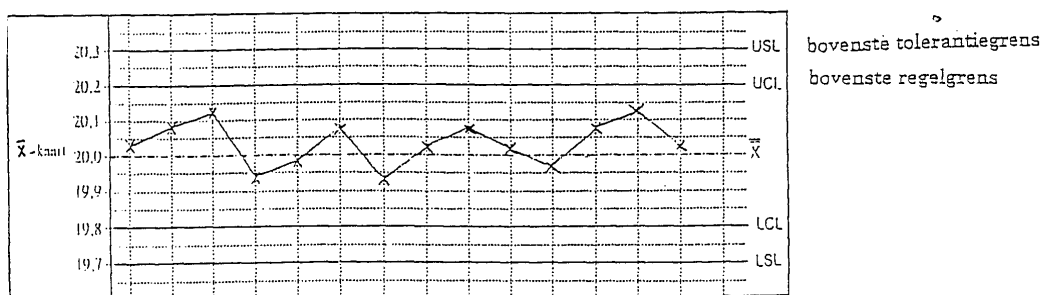
Bij kwaliteitscontrole wordt onderscheid gemaakt tussen twee groepen regelkaarten:

- controles waarbij bepaalde aspecten van een product of proces worden nagemeten (X/R-kaart, Me/R-kaart, ...)
- kwalitatieve controles waarbij een product wordt aanvaard of niet aanvaard; Deze vorm van kwaliteitscontrole noemen we attribuutcontrole (p-kaart, np-kaart, u-kaart, c-kaart).

Een regelkaart heeft een heel eigen uiterlijk. De kaart bevat een horizontale as die de tijd of het nummer van de steekproef weergeeft, en een verticale as met de waarde voor de kwaliteitsparameter. Een horizontale lijn, middellijn genaamd, geeft de gemiddelde waarde van de beschouwde kwaliteitsparameter weer indien het proces beheerst verloopt en vormt de ruggengraat van de regelkaart. Twee andere horizontale lijnen zijn de ONDERSTE CONTROLEGRENS (OCG) en de BOVENSTE CONTROLEGRENS (BCG). Deze grenzen zijn zo gekozen dat, wanneer het proces beheerst is, bijna alle steekproefelementen tussen deze grenzen vallen.

De regelgrenzen zijn niet steeds gelijk aan de tolerantiegrenzen. De regelgrenzen vallen in het tolerantiegebied. Er bestaan formules om de regelgrenzen te berekenen (zie project).

voorbeeld van een typische regelkaart:



§2. \bar{X} /R-kaart

Op de volgende bladzijde vind je een \bar{X} /R-kaart. Deze kaart omvat vier belangrijke delen.

schematisch:

KOP
\bar{X} -KAART
R-KAART
TABEL

De kop bevat een aantal belangrijke gegevens over de steekproef en de kwaliteitsvariabele. Je leest er de controlefrequentie, de steekproefgrootte, de kwaliteitsvariabele, de nominale maat en de tolerantiegrenzen op af.

De \bar{X} -kaart en de R-kaart vormen samen de eigenlijke \bar{X} /R-kaart. Hierop stellen we het verloop van \bar{X} en R afzonderlijk voor. Op de \bar{X} -kaart staan de controlegrenzen voor \bar{X} . Op de R-kaart staan de controlegrenzen voor R. De controlegrenzen voor \bar{X} zijn niet dezelfde als de controlegrenzen voor R.

In de tabel noteren we onze afzonderlijke metingen en berekenen we \bar{X} en R.

Hoe gaan we nu concreet te werk?

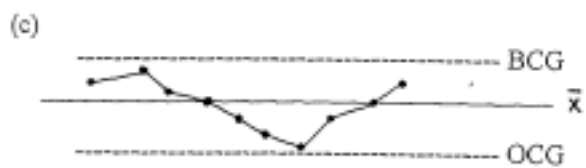
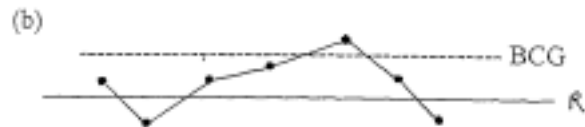
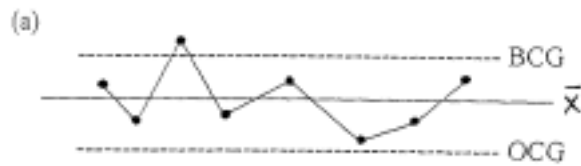
- 1) Neem regelmatig een steekproef (bijvoorbeeld vijf stuks om het uur, tweemaal per shift of op het einde van een partij van 500 stuks, enz.) en noteer de gegevens in de tabel op de controlekaart.
- 2) Bereken onmiddellijk na iedere steekproef:
 - de som van de metingen
 - het gemiddelde \bar{X}
 - de range R
- 3) Breng de waarden \bar{X} en R over in de grafiek en verbind de kruisjes met een volle lijn. Teken de middellijn $\bar{\bar{X}}$ en $\bar{\bar{R}}$ op de \bar{X} - en R-kaart.
- 4) Bestudeer het resultaat en stuur zo nodig het productieproces bij.

In de vierde stap moeten we het resultaat bestuderen. Hoe gaan we hiervoor te werk?

Interpretatie van de \bar{X} /R-kaart:

Een proces is onbeheerst

- 1) wanneer één enkel punt buiten de controlegrenzen in de grafiek van \bar{X} valt (a).
- 2) wanneer één enkel punt buiten de controlegrenzen in de grafiek van R valt (b)
- 3) wanneer er zes opeenvolgende stijgende of dalende punten achter elkaar in de \bar{X} - grafiek staan (een plateau telt niet!) (c)



Projectwerk Statistische Proces Controle

Katrien Descamps, K.U.Leuven

inleiding:

Bedrijven willen zoveel mogelijk van hun producten verkopen. Daarom is het belangrijk dat de bedrijven goede producten te maken. Om na te gaan of de gemaakte producten voldoen aan de eisen van de klant wordt vaak aan kwaliteitscontrole gedaan. We spreken hierbij van SPC (Statistische Procescontrole).

Het is de bedoeling dat jullie via dit project een beetje ontdekken hoe die controle gebeurt.

Stel: Jullie zijn directeur/ directrice van een luciferfabriek. Natuurlijk wil je zoveel mogelijk luciferdoosjes verkopen. De laatste tijd echter komen er geregeld klachten van klanten die zeggen dat er veel te weinig lucifers in een doosje zitten. Als directeur van het bedrijf ga je op onderzoek om te zien of de klachten van de klanten wel terecht zijn.

afspraken en uitwerking:

Jullie werden ingedeeld in groepjes van drie personen. Het projectwerk is een groepswerk. Dit betekent dat jullie de opdrachten in groepsverband moeten uitvoeren. Het kan interessant zijn om de berekeningen afzonderlijk uit te voeren en de gevonden resultaten met elkaar te vergelijken. Op die manier kunnen rekenfouten en fouten inzake verkeerd gebruik van de rekenmachine opgespoord worden.

Op het einde van het project moeten de resultaten voorgesteld worden. Dit zal gebeuren in een schriftelijke presentatie. Dit betekent dat jullie per groep een of twee A3-bladen voorzien van de gevonden resultaten.

Deze presentatie zal beoordeeld worden en telt mee voor een gedeelte van de examenpunten beschrijvende statistiek.

Opdracht:

A. Voor de luciferfabriek is het onmogelijk om alle geproduceerde luciferdoosjes te controleren op het aantal lucifers. Daarom worden er steekproeven genomen. Jullie gaan nu een steekproef nabootsen. Iedereen telt het aantal lucifers in 15 doosjes. Dit betekent dat jullie per groep 45 doosjes moeten controleren. Houd deze gegevens goed bij in de bijgevoegde tabel.

Stel nu een frequentietabel en een histogram op met deze gegevens. Hiervoor maak je gebruik van de grafische rekenmachine. Bereken ook het gemiddelde, de mediaan, de variantie en de variatiebreedte met het rekentoestel.

Bekijk en interpreteer de gevonden resultaten. Zijn er reeds grote afwijkingen zichtbaar?

B. In de bedrijven maakt men gebruik van controlekaarten om na te gaan of het productieproces al dan niet aangepast moet worden. In dit bundeltje vinden jullie een dergelijke controlekaart. Er bestaan verschillende types controlekaarten. De kaart die jullie hebben is een \bar{X} -R-kaart.

De volgende opdracht bestaat nu uit het correct invullen van die kaart. Hieronder staat aangegeven hoe die kaart -stap voor stap- ingevuld moet worden.

- 1) De kop bevat een aantal algemeenheden zoals de datum van de controle, de namen van de personen die de controles hebben uitgevoerd, het aantal controles, ... Dit gedeelte van de kaart kunnen jullie reeds invullen.
- 2) Onder de kop staat een tabel waar de meetgegevens genoteerd worden. In de eerste kolom vullen jullie de waarden in van de eerste steekproef die elk van jullie genomen heeft. Dit zijn dus drie waarden. Jullie hebben ieder 15 steekproeven genomen, dus zijn er in totaal 15 kolommen. Per kolom dienen jullie het gemiddelde (\bar{x}) en de variatiebreedte (R) te berekenen. Gebruik hiervoor het rekentoestel.
- 3) Nu resten nog twee grafieken die ingevuld moeten worden. De eerste grafiek is de \bar{X} grafiek, de tweede is de R grafiek. We berekenen vooraf $\bar{\bar{x}}$ en $\bar{\bar{R}}$. $\bar{\bar{x}}$ stelt het gemiddelde van de gemiddelden voor. $\bar{\bar{R}}$ is de gemiddelde variatiebreedte. Gebruik de grafische rekenmachine voor de berekening. We starten met het invullen van de \bar{X} grafiek. Teken de rechte met vergelijking $y = \bar{\bar{x}}$ in stippellijn op de grafiek. Vervolgens berekenen

we de controlegrenzen voor de \bar{X} grafiek. Deze grenzen geven aan binnen welk gebied de producten moeten liggen om verkoopbaar te zijn.

de bovenste controlegrens $UCL_x = \bar{x} + 0.58 \bar{R}$.

de onderste controlegrens $LCL_x = \bar{x} - 0.58 \bar{R}$.

Bereken deze grenzen met het rekentoestel en breng ze vervolgens aan op de controlekaart in volle lijnen. Vul nu deze grafiek volledig in door er de gegevens (\bar{X}) op aan te brengen.

- 4) Voor de R grafiek kunnen we een zelfde werkwijze volgen. Teken de rechte met vergelijking $y = \bar{R}$ in stippelijnen op de grafiek. Vervolgens kunnen we de bovenste controlegrens voor de R/kaart berekenen als volgt:

bovenste controlegrens $UCL_r = 2.11 \bar{R}$.

Bereken ook deze grens met de rekenmachine en breng ze aan op de controlekaart.

Waarom bestaat er hier geen onderste controlegrens? Vul nu de R grafiek volledig in door er de gegevens (R) op aan te brengen.

C. Het invulwerk is gebeurd. De gegevens moeten nog geïnterpreteerd worden. We willen namelijk vaststellen of ons productieproces 'out-of-control' is d.w.z. we willen nagaan of de geproduceerde producten nog steeds voldoen aan de eisen van de klant. In ons voorbeeld wil dat dus zeggen dat we willen weten of er al dan niet genoeg lucifers in de doosjes zitten. De situaties, waarin een productieproces 'out-of-control' is, worden hieronder beschreven:

Een proces is 'out-of-control' als

- een punt buiten de controlegrenzen in de grafiek van \bar{X} valt

OF

- een punt boven de controlegrens in de grafiek van R ligt

OF

- zes stijgende of dalende punten achter elkaar in de grafiek van \bar{X} staan (een plateau telt niet!)

Ga nu na of het productieproces van de luciferdoosjes 'out-of-control' is en illustreer je antwoord.

een boeiend project en veel succes