

Het gebruik van Cabri in Nederland

Hans Krabbendam
Fontys Lerarenopleiding Tilburg en
Algemeen Pedagogisch Studiecentrum, Utrecht

Inleiding

Het bovenbouwprogramma wiskunde van HAVO/VWO is in 1998 onder meer door het invoeren van zgn. 'profielen' ingrijpend gewijzigd, niet alleen qua organisatie binnen een school door het invoeren van het studiehuis, maar ook door het inhoudelijk vernieuwen van het wiskunde-A en B-programma met daarin hernieuwde aandacht voor de vlakke meetkunde.

Veranderingen in de meetkunde

De positie van meetkunde in de leerplannen van het onderwijs in Nederland in de laatste halve eeuw is bijzonder en interessant.

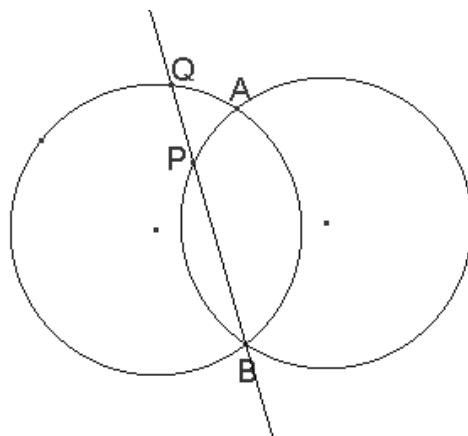
In Nederland bestond het meetkundeprogramma in de onderbouw van het voortgezet onderwijs tot 1968 uit een euclidisch georiënteerd programma met de bekende trits: definitie, stelling en bewijs. De bovenbouw hield zich vooral met stereometrie bezig. De bedoelingen met dat programma zijn niet altijd gehaald, vandaar dat een andere basis werd overwogen. In 1968 is dat meetkundedeel vervangen door een programma dat meer gebaseerd was op transformatiemeetkunde en veel meer 'coördinaatgericht'. De onderbouw hield zich vooral bezig met transformaties in het platte vlak, draaiing, translatie, spiegeling. De bovenbouw HAVO/VWO was meer gericht op ruimtemeetkunde. In 1993 is onder invloed van W12-16 in de onderbouw een nieuw wiskundeleerplan ingevoerd gericht op meetkunde vanuit de wereld om je heen, met als belangrijk aandachtspunt de 'kijkmeetkunde'. In 1998 is, mede op basis daarvan, het bovenbouwprogramma veranderd. In het N&T-profiel (Natuur en Techniek), dat opleidt voor exacte studies aan de universiteit is wiskunde B12 ingevoerd. In dat wiskunde B12-programma zou het redeneren en bewijzen weer een meer belangrijke rol moeten gaan spelen. Vandaar dat met name in dat N&T-profiel het leerstofgebied 'Voortgezette meetkunde' is ingevoerd, een onderdeel dat vooral probeert te redeneren en bewijzen binnen de vlakke meetkunde. Het gaat dan met name weer om eigenschappen van driehoeken, vierhoeken en cirkels en alle bijzondere lijnen daarin.

Een voorbeeld van een examenopgave:

*Opgave 3,
VWO Wiskunde B (experimenteel), Tijdvak 2,
1999*

Twee cirkels met gelijke straal snijden elkaar in de punten A en B. Een lijn door B snijdt de ene cirkel in P en de andere cirkel in Q. Zie figuur.

Bewijs dat de lijnstukken AP en AQ even lang zijn.



Voortgezette meetkunde en Cabri

Het voortgezette meetkundeprogramma heeft het karakter van een onderzoeksgericht vak, waarbij het experimenteren, onderzoeken, redeneren, vermoedens krijgen, bevestigen en bewijzen een belangrijke rol spelen binnen het beperkte gebied van de vlakke meetkunde. De ervaringen in Nederland vanuit het leerplan van vòòr 1968 met axiomatische Euclidische meetkunde zijn over het algemeen slecht. Leerlingen bleken nauwelijks in staat een dergelijk wiskundig bouwwerk te kunnen opbouwen. Voor slechts weinigen was het onderwijs daarin effectief. Om nu niet in dezelfde situatie te geraken als toen, is de nieuwe meetkunde veel meer onderzoeksgericht, waarbij het 'gat' tussen ervaringswereld van een leerling en de 'meetkunde' wordt gedicht door experimenten. Meetkundige experimenten vinden gewoonlijk plaats met passer en liniaal, hetgeen zeer beperkte hulpmiddelen zijn, omdat daarbij de dynamiek, die nu eenmaal in onderzoek zit, niet kan worden bereikt. Om meer onderzoeksmogelijkheden voor de leerling ter beschikking te hebben wordt bij dit onderdeel veelvuldig gebruik gemaakt van Cabri. Het wordt ook door de schoolboeken aan de leerling in licentie verstrekt.

Werken met Cabri

Op welke wijze wordt Cabri gebruikt in Nederland?

Hieronder een voorbeeld van een VWO-B12-boek, Moderne Wiskunde, B2, deel 1. Er is veel aandacht voor het analyseren, experimenteren, vermoedens formuleren en proberen die vermoedens te bewijzen.

E-5 Gegeven is een cirkel met middellijn AB. C is een punt op de cirkel. Op het verlengde van AC, aan de kant van A, ligt punt P zo dat $|AP|=|BC|$.

Punt C doorloopt de cirkel. De vraag is: welke baan beschrijft punt P?

a) Maak een analysefiguur.

Hiernaast staat het constructieplan als je dit probleem met Cabri wilt verkennen.

b) Je moet twee situaties onderscheiden:

- C doorloopt de bovenste helft van de cirkel
- C doorloopt de onderste helft van de cirkel.

Als je deze situaties vergelijkt, wat kun je dan zeggen over de baan van P?

c) Bekijk nu bijzondere situaties: waar ligt P als C samenvalt met A of B?

d) Formuleer een vermoeden over de baan van punt P.

e) Beperk je tot de situatie dat C boven AB ligt.

Breid je analysefiguur zo uit dat je de hoek kunt aanwijzen die constant moet blijven en de koorde waarop deze hoek staat.

Maak een plan en schrijf je bewijsaanpak op.

Schrijf het bewijs uit.

Constructieaanpak

1. Teken lijnstuk AB en het midden M van dit lijnstuk.
2. Teken cirkel (M, |MB|) en daarop punt C.
3. Teken lijn AC en lijnstuk BC.
4. Teken de cirkel (A, |BC|), het snijpunt buiten lijnstuk AC is punt

Problemen bij de invoering van Cabri in het onderwijs

Wiskundeleraren in de bovenbouw van het voortgezet onderwijs docenten in Nederland (zgn. eerstegraadsleraren) zijn over het algemeen slecht opgeleid in de meetkunde van Euclides. Veel docenten hebben zelf na 1968 wiskundeonderwijs genoten en daar zat de vlakke meetkunde op deze manier niet in het programma. Toen ze in de lerarenopleiding kwamen zat het ook nog niet in het programma, en dus kwam het ook niet of nauwelijks voor in de opleiding. Toen ze zelf voor de klas kwamen, zat het er nog steeds niet in. Kortom veel docenten hebben, over het algemeen, meetkundig gezien een gebrekkige achtergrond. We hebben het daardoor weleens over een ‘lost generation’ als het gaat om euclidische meetkunde. Voor docenten met onderwijs en opleiding vòòr 1968 is het al heel lang geleden en tijden lang niet meer toegepast.

Dit betekent dat er op dit moment in Nederland uitvoerige nascholingsprogramma’s voor wiskundeleraren worden uitgevoerd, waarbij de ‘oude’ meetkunde wordt opgehaald, zo mogelijk geïntegreerd met het gebruik van Cabri. Dat zorgt voor een ‘dubbele’ nascholing, zowel gericht op meetkunde als ook gericht op Cabri. Deze dubbele bodem zorgt nog wel eens voor de nodige problemen. Het gebruik van Cabri wordt interessant als je wat meer van meetkunde weet, maar voor dat dat het geval is moet je al heel wat met Cabri kunnen. Aan de andere kant bespeuren we juist door deze integratie een groot enthousiasme voor de ‘oude’ meetkunde en het gebruik van Cabri daarbij. Cabri zorgt voor een nieuwe ingang in de oude meetkunde en dat werkt inspirerend.

Workshop

In de workshop zult U kennisnemen van de zaken die in het onderwijs en de nascholing in Nederland aan de orde komen. Vooral het werken met Cabri staat daarbij voorop. We zullen enkele onderzoeksopdrachten uitvoeren en kijken naar het didactisch gebruik daarbij.