

De algemene sinusfunctie en spelen met exponentiële functies

Annemie Vemeyen & Isabelle Van Lemmens

De algemene sinusfunctie

Doelgroep: Voor leerlingen van het eerste jaar van de derde graad.

Leerinhoud: Algemene sinusfunctie. Ontdekken en interpreteren van grafieken van goniometrische functies.

Materiaal: Bal aan touw of massa-veer-systeem, vast ophangpunt, CBR, TI-83 (plus)

Spelen met exponentiële functies

Doelgroep: Voor leerlingen van het eerste jaar derde graad.

Leerinhoud:

Bewerkingen met logaritmische en exponentiële functies. Ontdekken en interpreteren van grafieken van exponentiële functies. Verband tussen lin-log en lin-lin schaalverdelingen.

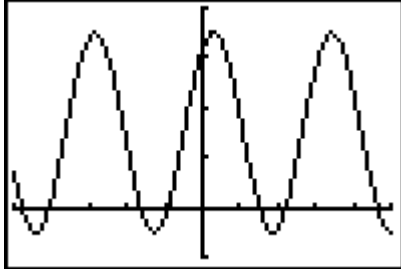
Materiaal: Haardroger (of andere warmtebron), TI-83(plus), CBL2, temperatuursensor

Methode:

In ideale omstandigheden zou dit een projectje kunnen zijn dat over meerdere lestijden (dagen) loopt. De leerlingen werken in kleine groepjes en moeten de twee delen zelfstandig (thuis) oplossen. De leerkracht geeft feedback na een afgewerkt deel. We passen het principe toe van de liefdevolle verwaarlozing: laat je leerlingen gerust even “sukkelen”, geef het antwoord pas na meer dan voldoende inzet van hun kant.

Werkblad: Algemene sinusfunctie.

Een stukje theorie:



In deze proef bestuderen we de algemene sinusfunctie aan de hand van een harmonische beweging.

$$y = a \cdot \sin(b(x-c)) + d$$

a is de amplitude, b is de horizontale uitrekking of

inkrimping en $b = \frac{2\pi}{\text{periode}}$, c is de horizontale verschuiving

en d de verticale verschuiving.

Materiaal:

Bal aan touw of massa-veer-systeem, vast ophangpunt, CBR, TI-83 (plus)

Opstelling:

Maak je slinger of massa-veer-systeem opstelling. Zet de CBR op minstens een halve meter afstand.

Verbind de CBR met de TI-83(plus) en controleer of ranger in het APPS-menu staat of voor de TI-83 in het PRGM-menu. Als dit niet het geval is, dan doe je volgende bewerking: op je GRM: 2nd LINK RECEIVE ENTER en op de CBR duw je op de toets 82/83

Nu het programma op je rekenoestel staat kan je beginnen. Kies onder APPS of PGRM het programma Ranger. Duw op enter en je komt in het main menu Kies 1: Setup Sample

Vul het volgende in:

real time: no

time: 4

display: dist

begin on: enter

smoothing: none

units: meters

Je zal dus nu 4 seconden de afstand tot de CBR meten. Indien dit niet voldoende is kan je de tijd aanpassen.

Met het pijltje naar start now, enter. Richt de CBR naar de bewegende slinger of trillende massa en druk opnieuw op enter.

De grafiek verschijnt op je scherm. Duw op enter. Als je tevreden bent van je meting kies 7: Quit.

Indien niet 5: repeat Sample

Verwerken van de metingen: Deel 1

Om je gegevens veilig op te slaan, bewaar je ze in nieuwe lijsten: vb. L1 in TIJD en L2 in AFST (*).

Grafiek:

Via STAT PLOT1 (L1,L2) (*) creëer je een grafiek van je meting. Teken deze grafiek over.



Bepalen van a, b, c en d.

Met gebruik van een horizontale lijn (*) die je laat verschuiven over je grafiek kan je de amplitude bepalen. Leg uit hoe je dit doet.

Nu je a kent, kan je ook d bepalen. Hoe?

Het snijpunt van de horizontale $y = d$ en een opgaande golf van de grafiek is het begin van een niet verschoven sinus. Bepaal hieruit c.

Aan de hand van een verticale lijn (*) die je laat verschuiven over je grafiek kan je de periode bepalen. Op welke manier maak je de kleinste fout? Hoe groot is de periode? Leid daaruit de waarde van b af.

Controle:

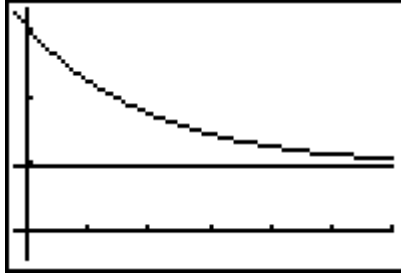
Typ in het y = scherm $y1 = a \sin(b(x - c)) + d$ met de gevonden waarden voor a, b, c en d. Zet Plot 1 aan en laat ook de grafiek van y1 tekenen (eventueel in een andere stijl). Vallen de grafieken over elkaar, dan ben je juist.

Nog een extra controle: Via STAT CALC C:SinReg L1,L2 vind je $y1 = a \sin(bx + c) + d$. Let op: b en c moeten omgerekend worden!!!

(*) Zie appendix

Werkblad: Spelen met exponentiële functies

Een stukje theorie:



In deze proef bestuderen we de afkoeling van een stukje metaal (nl. de sensor). In de fysica vinden we de volgende wet: $T(t) = T_{kamer} + T_{begin} e^{\frac{-t}{\tau}}$. In de wiskunde zouden we dit vertalen naar: $f(x) = d + b.a^x$. Deze functie heeft een horizontale asymptoot nl. $y = d$.

Materiaal:

Haardroger (of andere warmtebron), TI-83(plus), CBL2, temperatuursensor

Opstelling:

Verbind de CBL2 met de TI-83 plus en controleer of *Datamate* in het APPS – menu staat, of voor de TI-83 in het PRGM - menu. Als dit niet het geval is, dan doe je volgende bewerking: op je GRM: 2nd LINK RECEIVE ENTER.

Op de CBL2 duw je op Transfer.

Even wachten.

Nu het programma op je rekentoestel staat kan je beginnen. Plug de temperatuursensor in Ch1 in. Start *Datamate* (onder APPS voor de TI-83 plus, onder PRGM voor TI-83). De temperatuursensor wordt automatisch gedetecteerd.

Duw 1. setup Met pijltje naar beneden selecteer je MODE. Duw op Enter en kies 2: Time-graph. We meten 3 minuten lang en tussen twee metingen willen we 1 seconde laten. Zijn de instellingen anders, dan kies je 2: change time settings.

Als alles correct is ingevuld, ga je via 1: OK en nog eens 1:OK naar het main screen.

Neem de haardroger en verwarm het uiteinde van de temperatuursensor. Je kan de temperatuur aflezen in de rechterbovenhoek van je GRM. Bij ongeveer 70°C schakel je de haardroger uit en kan de meting gestart worden (wacht tot je duidelijk de temperatuur ziet dalen). Om de meting te starten druk je op 2: START. Een biepje geeft aan dat de meting gestart is. Na drie minuten geeft een ander biepje aan dat de meting gestopt is.

Tijdens de metingen is een grafiek zichtbaar. Om na de meting je grafiek terug op te roepen ga je naar 1: mainscreen en kies je 3: graph. Druk op enter en de grafiek verschijnt.

Als je tevreden bent over je meetresultaten kan je via 1: mainscreen en 6: quit het programma verlaten. Je krijgt nu een overzicht van de lijsten waarin de gegevens worden bewaard.

Verwerken van de metingen: Deel 1

(*: Een appendix geeft meer uitleg over deze onderwerpen.)

Om je gegevens veilig op te slaan, bewaar je ze in nieuwe lijsten: vb. L1 in TIJD en L2 in TEMP (zie appendix (*)).

Grafiek:

Via STAT PLOT1 (L1,L2) (*) creëer je een grafiek van je meting. Teken deze grafiek over.



Naar welke waarde nadert deze functie op oneindig?

Hoe kun je dit grafisch voorstellen? Teken dit.

Oefening:

Gegeven: $y = b \cdot a^x$ ($b > 0$)

Welke waarden mag a aannemen?

Schets voor alle mogelijke gevallen de bijhorende grafiek.

In sommige gevallen kan het interessant zijn om van schaal te veranderen. Daarvoor nemen we van $y = b \cdot a^x$ van beide leden de Briggsse logaritme. Wat bekom je?

Als je op de horizontale as x en op de verticale as $\log(y)$ uitzet, welke grafiek verkrijg je dan?
Maak een schets.

Hoe kan je uit deze grafiek a en b bepalen?

Functievoorschrift bepalen:

De methode uit de oefening gaan we nu ook gebruiken om het functievoorschrift die bij deze afkoeling hoort te bepalen.

We kunnen de methode van de oefening niet zomaar overnemen. Waarom niet?

Hoe lossen we dit probleem op?

Verwerken van de metingen: Deel 2

Inleiding.

Uit het vorige deel vond je dat $f(x) = d + b.a^x$ moet herleid worden naar

$f(x) - d = b.a^x = y$. Om deze nieuwe y te vinden moeten we dus van onze gevonden temperaturen een waarde d aftrekken. Welke? Waarom?

Op zoek naar een rechte.

We maken twee nieuwe lijsten $L3 = L2 - d$ en $L4 = \log(L3)$. (*)

We tekenen via STAT PLOT2(L1,L3) en STAT PLOT3(L1,L4) (*) achtereenvolgens de twee grafieken. Maak een schets.



Wat is nu de horizontale asymptoot?



Bepaal grafisch twee punten (gebruik trace) en bereken hieruit de richtingscoëfficiënt van deze rechte. Bepaal het snijpunt met de verticale.

Bepaal voor $f(x) = d + b.a^x$ de waarden voor a en b

Controle:

Typ in het $y =$ scherm $y1 = d + b.a^x$ met de gevonden waarden voor a , b en d . Zet Plot 1 aan en laat ook de grafiek van $y1$ tekenen (eventueel in een andere stijl). Vallen de grafieken over elkaar, dan ben je juist.

Nog een extra controle: Via STAT CALC ExpReg L1,L3 vind je uit $f(x) = d + b.a^x$ het stukje $b.a^x$.

Oefening

Meestal wordt de afkoelingswet geformuleerd als volgt: $T(t) = T_{kamer} + T_{begin} e^{\frac{-t}{\tau}}$

Hieruit haal je dadelijk dat T_{kamer} gelijk is aan d . T_{begin} is gelijk aan b . Hoe kan je nu τ bepalen? Bereken.

Appendix.

Maken en editeren van lijsten.

Toetsbewerkingen:

```
L2 → LTEMP
L1 → LTIJD
█
```

2nd L2 STO 2nd LIST OPS B enter 2nd A-LOCK TEMP
2nd L1 STO 2nd LIST OPS B enter 2nd A-LOCK TIJD

L5	L6	██████	█
-----	-----		
Name=			

L5	L6	██████	?
-----	-----		
Name=TEMP█			

L5	L6	TEMP	5
██████	-----	74.95	
		74.55	
		74.15	
		73.737	
		73.316	
		72.905	
		72.524	
L5(1)=			

Via STAT EDIT en pijltjes opzij helemaal naar rechts.

Enter en via 2nd LIST Names kan je met pijltjes naar beneden TEMP selecteren en enter tweemaal.

Bewerken van lijsten:

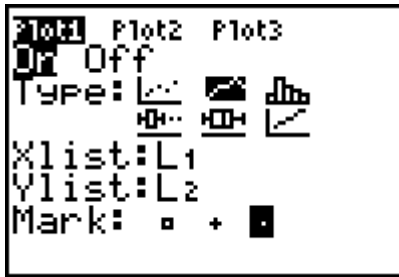
L1	L2	█	3
0	74.95	-----	
1	74.55		
2	74.15		
3	73.737		
4	73.316		
5	72.905		
6	72.524		
L3=L2-24.0█			

L2	L3	█	4
74.95	50.95	-----	
74.55	50.55		
74.15	50.15		
73.737	49.737		
73.316	49.316		
72.905	48.905		
72.524	48.524		
L4=log(L3)█			

Om een vaste waarde af te trekken van alle gegevens uit een lijst: Ga op titel L3 staan en enter, via 2nd Lx de te bewerken lijst selecteren en bewerking invoeren. Op dezelfde manier $L4 = \log(L3)$.

Opmerking: Wil je een lijst leegmaken: Sta op de titel en doe CLEAR en enter.

Tekenen van grafieken via STAT PLOT



Via 2nd STAT PLOT kies 1.

Bij Xlist vul je steeds de lijst van de gewenste x-waarden in
BvB. :2nd L1

Bij Ylist vul je steeds de lijst van de gewenste y-waarden in
BvB. :2nd L2

Om de grafiek te tekenen druk je op ZOOM en kies je 9:
ZoomStat.

Tekenen van horizontale en verticale lijnen op grafieken.

Wanneer je in het grafiekscherm staat, kan je via 2nd DRAW kiezen voor 3: Horizontal of 4: Vertical. Met de pijltjes kan je de lijn bewegen.

