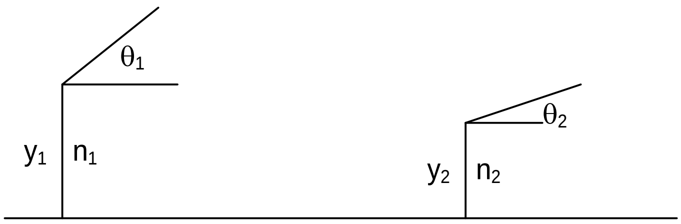
Geometrische Optica met Matrices

Dr. Sc. J. Vanderhaeghen

Een lichtstraal vertrekt vanaf het invalsvlak op een afstand y_1 tot de optische as en maakt een hoek θ_1 met de optische as. Na doorgang door een optisch systeem komt de lichtstraal toe op het uitgangsvlak onder een hoek θ_2 met de optische as en op een afstand y_2 tot de optische as.



De overgang van het invalsvlak tot het uitgangsvlak kan weergegeven worden door de transfermatrix:

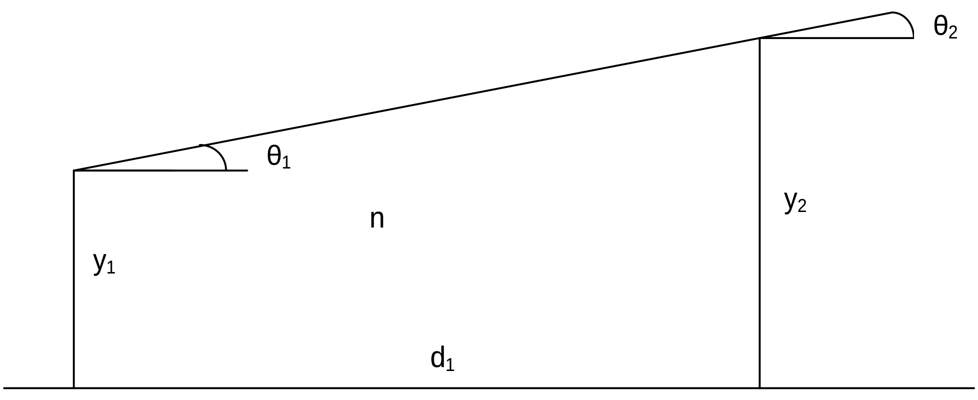
$$\begin{pmatrix} y2 \\ n2\theta2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y1 \\ n1\theta1 \end{pmatrix}$$

Waarbij AD – BC = 1.

1. De transfermatrix.

1.1 De translatiematrix

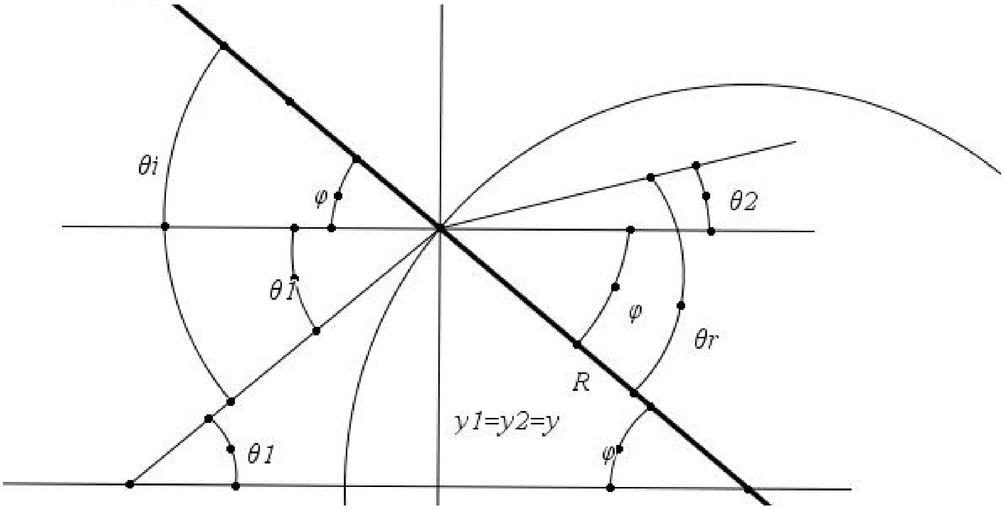
$y_2 = y_1 + d\tan\theta_1 = y_1 + \theta_1$ ($\theta_1 = \theta_2$, translatie over een afstand d, $\tan\theta_1 = \theta_1$ voor kleine hoeken)



$$\begin{pmatrix} y2 \\ n\theta2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y1 \\ n\theta1 \end{pmatrix}$$

d is steeds positief.

1.2 De refractiematrix



$$sin\varphi = y1/R$$

R is positief(negatief) als het krommingsmiddelpunt rechts(links) van het brekend oppervlak ligt.

Wet van Snellius

$$\frac{sin\theta i}{sin\theta r} = \frac{n2}{n1}$$

$n1\theta i = n2\theta r$ (sinθ = θ voor kleine hoeken)

$$\theta i = \theta 1 + \varphi$$

$$\theta r = \theta 2 + \varphi$$

$$n1\theta i = n1\theta 1 + n1\varphi = n1\theta 1 + n1y1/R$$

$$n2\theta r = n2\theta 2 + n2\varphi = n2\theta 2 + n2y2/R$$

$$n1\theta 1 + \frac{n1y1}{R} = n2\theta 2 + \frac{n2y2}{R}$$

$$y1 = y2$$

$$n2\theta 2 = n1\theta 1 - \frac{n2 - n1}{R}y1$$

$$\begin{pmatrix} y2 \\ n2\theta 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n2 - n1}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y1 \\ n1\theta 1 \end{pmatrix}$$

$$p = \frac{n2 - n1}{R}$$

p is het brekend vermogen van het brekend oppervlak. De eenheid van p is dioptrie. Ze is positief voor een convergerend en negatief voor een divergerend oppervlak.

1.3 De lensmatrix

Deze bestaat uit 2 refractiematrices en één translatiematrix.

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n1 - n2}{R2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d/n2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n2 - n1}{R1} & 1 \end{pmatrix}$$

Voor een lens in lucht n1 = 1 n2 = n

n is de brekingsindex van het brekend oppervlak.

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1 - n}{R2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n - 1}{R1} & 1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$p2 = \frac{1 - n}{R2}$$

$$p1 = \frac{n - 1}{R1}$$

Voor een dunne lens d =0

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -p1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(p1 + p2) & 1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)$$

2. Karakteristieke stralen

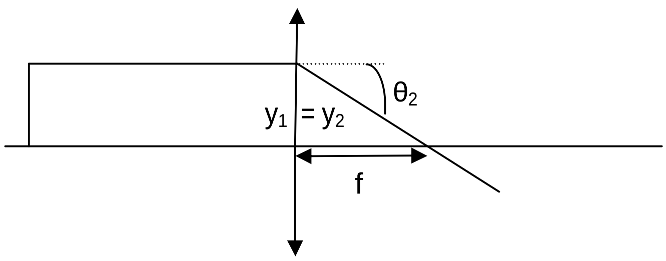
2.1 **Straal die evenwijdig met de optische as invalt**

De vector van het invalsvlak $\begin{pmatrix} y1 \\ 0 \end{pmatrix}$ wordt dan verbonden met de vector van het uitgangsvlak $\begin{pmatrix} y2 \\ \theta 2 \end{pmatrix}$ door :

$$\begin{pmatrix} y2 \\ \theta 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$y2 = y1$$

$$\theta 2 = -y1/f$$



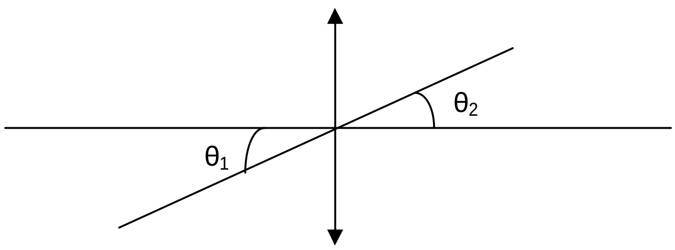
2.2 **Straal die door het optisch middelpunt gaat.**

De vector van het invalsvlak $\begin{pmatrix} 0 \\ \theta 1 \end{pmatrix}$ wordt dan verbonden met de vector van het uitgangsvlak $\begin{pmatrix} y2 \\ \theta 2 \end{pmatrix}$ door :

$$\begin{pmatrix} y2 \\ \theta 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \theta 1 \end{pmatrix}$$

$$y2 = 0$$

$$\theta 2 = \theta 1$$



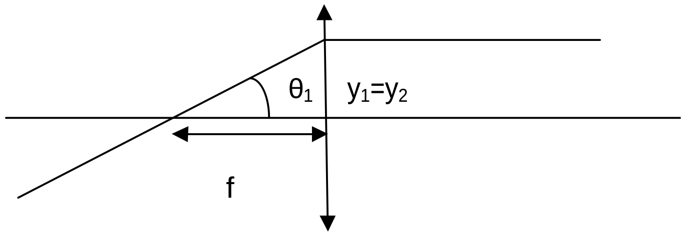
2.3 **Straal die door het brandpunt invalt.**

De vector van het invalsvlak $\begin{pmatrix} y1 \\ y1/f \end{pmatrix}$ wordt dan verbonden met de vector van het uitgangsvlak $\begin{pmatrix} y2 \\ \theta 2 \end{pmatrix}$ door :

$$\begin{pmatrix} y2 \\ \theta 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y1 \\ y1/f \end{pmatrix}$$

$$y2 = y1$$

$$\theta 2 = 0$$



3. Eigenschappen van lenzen met matrices

3.1 De lenzenformule en de lineaire vergroting

Beschouw een voorwerp gelegen op een afstand v voor een lens met brandpuntsafstand f. Het beeld wordt gevormd op een afstand b. De vector die overeenstemt met het voorwerp is $\begin{pmatrix} yv \\ \theta v \end{pmatrix}$. De vector die overeenstemt met het beeld op een afstand b achter de lens is $\begin{pmatrix} yb \\ \theta b \end{pmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} y_B \\ \theta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_V \\ \theta_v \end{bmatrix}$$

De transfermatrix wordt voorgesteld door de matrixvermenigvuldiging van 3 matrices, 2 translatiematrices en de lensmatrix.

$$\begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De resulterende transfermatrix is

$$\begin{bmatrix} 1-b/f & v+b-vb/f \\ -\frac{1}{f} & 1-\frac{v}{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

Veronderstel een puntbron op de optische as $y_v = 0$. Beschouw 2 stralen vanuit de puntbron. De eerste volgens de optische as, de tweede onder een hoek θ_v. De eerste straal gaat rechtdoor, terwijl de tweede straal gebroken wordt en een hoek θ_b maakt met de optische as. Het beeldpunt wordt gevormd op de optische as op een afstand b ten opzichte van de lens. Deze afstand b wordt gevonden door y_v en y_b gelijk aan nul te stellen.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \theta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-b/f & v+b-vb/f \\ -\frac{1}{f} & 1-\frac{v}{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_v \end{bmatrix}$$

Dit levert de lenzenformule

$$\frac{1}{v}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

B = 0 geeft dus de lenzenformule. Voor een reëel (virtueel) voorwerp is v >0 (v<0) of het voorwerp staat voor (achter) de lens. Voor een reëel (virtueel) beeld is b>0 (b<0) of het staat achter (voor) de lens.

Voor het beeldvlak hebben we

$$\begin{bmatrix} y_b \\ \theta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-b/f & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1-\frac{v}{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_v \\ \theta_v \end{bmatrix}$$

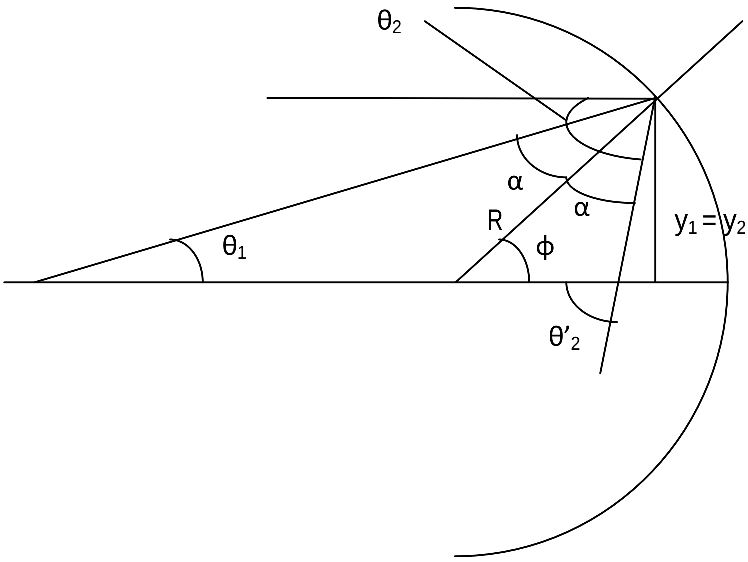
Voor $y_v \neq 0$ verkrijgt men

$$y_b = \left(1-\frac{b}{f}\right) y_v$$

A geeft dus de lineaire vergroting G

$$G = 1-\frac{b}{f}$$

4. De spiegelmatrix



$$y_1 = y_2 = R sin\phi = R\phi$$

$$f = R/2$$

$$\theta_1 + \alpha = \phi$$

$$\alpha + \phi = \theta_2'$$

$$\phi - \theta_1 + \phi = \theta_2'$$

$$\theta_2' = -(\theta_1 - 2\phi)$$

$$\theta_2' = -\left(\theta_1 - \frac{y_1}{\frac{R}{2}}\right) = -(\theta_1 - \frac{y_1}{f})$$

$$\theta_2 = -\theta_2' = \theta_1 - \frac{y_1}{f}$$

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}$$

5. Oefeningen

5.1 Spiegels

Een voorwerp van 2 cm hoogte staat op 10 cm voor een holle spiegel met hoofdbrandpuntsafstand 15 cm. Bepaal de eigenschappen van het beeld.

Een voorwerp van 2 cm hoogte staat op 10 cm voor een holle spiegel met hoofdbrandpuntsafstand 15 cm. Bepaal de eigenschappen van het beeld.

$\begin{bmatrix}1 & 10\\ 0 & 1\end{bmatrix} \to voorwerp$	$\begin{bmatrix}1 & 10\\ 0 & 1\end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-1}{15} & 1\end{bmatrix} \to spiegel$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-1}{15} & 1\end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}1 & xb\\ 0 & 1\end{bmatrix} \to beeld$	$\begin{bmatrix}1 & xb\\ 0 & 1\end{bmatrix}$
$beeld \cdot spiegel \cdot voorwerp \to transfermatrix$	$\begin{bmatrix}1-\frac{xb}{15} & \frac{xb}{3}+10\\ \frac{-1}{15} & \frac{1}{3}\end{bmatrix}$
$\text{solve}\left(\frac{xb}{3}+10=0, xb\right)$	$xb=-30.$
$-30 \to xb$	-30
$1-\frac{xb}{15} \to g$	3
$2 \to yv$	2
$g \cdot yv \to yb$	6

9/99

$\begin{bmatrix}1 & xv\\ 0 & 1\end{bmatrix} \to voorwerp$	$\begin{bmatrix}1 & xv\\ 0 & 1\end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-1}{xf} & 1\end{bmatrix} \to spiegel$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-1}{xf} & 1\end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}1 & xb\\ 0 & 1\end{bmatrix} \to beeld$	$\begin{bmatrix}1 & xb\\ 0 & 1\end{bmatrix}$
$beeld \cdot spiegel \cdot voorwerp$	$\begin{bmatrix}1-\frac{xb}{xf} & \frac{xb\cdot(xf-xv)+xf\cdot xv}{xf}\\ \frac{-1}{xf} & 1-\frac{xv}{xf}\end{bmatrix}$
$10 \to xv$	10
$15 \to xf$	15
$\text{solve}\left(\frac{xb\cdot(xf-xv)+xf\cdot xv}{xf}=0, xb\right)$	$xb=-30$
$-30 \to xb$	-30
$1-\frac{xb}{xf} \to g$	3

9/99

5.2 Lenzen

Een voorwerp wordt afgebeeld op een scherm, dat geplaatst is op een afstand D van het voorwerp. Men maakt gebruik van een lens met brandpuntsafstand f. De afstand tussen het voorwerp en de lens bedraagt x. De afstand tussen de lens en het scherm bedraagt D-x. Op welke afstand x moet het voorwerp geplaatst worden voor de lens om een beeld op het scherm te leveren? Hoeveel bedraagt de afstand tussen twee mogelijke posities van het voorwerp?

Een voorwerp wordt afgebeeld op een scherm, dat geplaatst is op een afstand D van het voorwerp. Men maakt gebruik van een lens met brandpuntsafstand f. De afstand tussen het voorwerp en de lens bedraagt x. De afstand tussen de lens en het scherm bedraagt D−x. Op welke afstand x moet het voorwerp geplaatst worden voor de lens om een beeld op het scherm te leveren?

Hoeveel bedraagt de afstand tussen de twee mogelijke posities van het voorwerp?

$$\begin{bmatrix} 1 & d-x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{f} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow transfermatrix$$

$$\begin{bmatrix} \frac{x-d+f}{f} & \frac{x^2-d\cdot x+d\cdot f}{f} \\ \frac{-1}{f} & 1-\frac{x}{f} \end{bmatrix}$$

$$\text{solve}\left(\frac{x^2-d\cdot x+d\cdot f}{f}=0,x\right)$$

$$x=\frac{-\left(\sqrt{d\cdot(d-4\cdot f)}-d\right)}{2} \text{ or } x=\frac{\sqrt{d\cdot(d-4\cdot f)}+d}{2}$$

$$\frac{\sqrt{d\cdot(d-4\cdot f)}+d}{2}-\frac{-\left(\sqrt{d\cdot(d-4\cdot f)}-d\right)}{2} \qquad \sqrt{d\cdot(d-4\cdot f)}$$

3/99

Een voorwerp bevindt zich op 30 cm voor een convergerende lens met brandpuntsafstand van 20 cm. Bepaal de eigenschappen van het beeld.

Een voorwerp bevindt zich op 30 cm voor een convergerende lens met brandpuntsafstand 20 cm. Bepaal de eigenschappen van het beeld.

$$\begin{bmatrix} 1 & 30 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow voorwerp \qquad \begin{bmatrix} 1 & 30 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{20} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow lens \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{20} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow beeld \qquad \begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$beeld \cdot lens \cdot voorwerp \rightarrow transfermatrix \qquad \begin{bmatrix} 1-\frac{xb}{20} & 30-\frac{xb}{2} \\ \frac{-1}{20} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{solve}\left(30-\frac{xb}{2}=0,xb\right) \qquad xb=60$$

$$60 \rightarrow xb \qquad 60$$

$$1-\frac{xb}{20} \rightarrow g \qquad -2$$

7/99

Op een afstand van 0,60 m plaatst men een voorwerp voor een divergerende lens met brandpuntsafstand 0,40 m. Bepaal de eigenschappen van het beeld.

Op een afstand van 0,60 m plaatst men een voorwerp voor een divergerende lens met brandpuntsafstand 0,40 m. Bepaal de eigenschappen van het beeld.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow voorwerp \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{0.4} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow lens \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2.5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow beeld \qquad \begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$beeld \cdot lens \cdot voorwerp \qquad \begin{bmatrix} 2.5 \cdot xb+1 & 2.5 \cdot xb+0.6 \\ 2.5 & 2.5 \end{bmatrix}$$

$$\text{solve}(2.5 \cdot xb+0.6=0,xb) \qquad xb=-0.24$$

$$-0.24 \rightarrow xb \qquad -0.24$$

$$2.5 \cdot xb+1 \rightarrow g \qquad 0.4$$

7/99

Een voorwerp wordt geplaatst op 10 cm voor een convergerende lens met brandpuntsafstand van 5 cm. Aan de andere kant van de lens staat een holle spiegel met brandpuntsafstand van 4 cm. De afstand tussen de lens en de spiegel bedraagt 18 cm. Vind de positie, aard en vergroting van het uiteindelijke beeld.

Een voorwerp wordt geplaatst op 10 cm voor een convergerende lens met brandpuntsafstand van 5 cm. Aan de andere kant van de lens staat een holle spiegel met brandpuntsafstand van 4 cm. De afstand tussen de lens en de spiegel bedraagt 18 cm. Vind de positie, aard en vergroting van het uiteindelijk beeld.

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \to voorwerp \qquad \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{5} & 1 \end{bmatrix} \to lens \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{5} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 18 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \to afstand \qquad \begin{bmatrix} 1 & 18 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{4} & 1 \end{bmatrix} \to spiegel \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \to beeld \qquad \begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$beeld \cdot spiegel \cdot afstand \cdot lens \cdot voorwerp \to transfermatrix$$

$$\begin{bmatrix} \frac{9 \cdot xb}{20} - \frac{13}{5} & xb-8 \\ \frac{9}{20} & 1 \end{bmatrix}$$

$\text{solve}(xb-8=0,xb)$ — $xb=8$

$8 \to xb$ — 8

$\frac{9 \cdot xb}{20} - \frac{13}{5} \to g$ — 1

9/99

Een voorwerp met hoogte 15 cm wordt op een afstand van 15 cm geplaatst voor een convergerende lens (L1) met brandpuntsafstand 10 cm. Na de lens L1 plaatst men op 80 cm een convergerende lens (L2) met brandpuntsafstand 20 cm. Geef de plaats, aard en de grootte van het uiteindelijke beeld.

Een voorwerp met hoogte 15 cm wordt op een afstand van 15 cm geplaatst voor een convergerende lens (L1) met brandpuntsafstand 10 cm. Na de lens L1 plaatst men op 80 cm een convergerende lens (L2) met brandpuntsafstand 20 cm.

$\begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow voorwerp \qquad \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{10} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow lens1 \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{10} & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 80 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow afstand \qquad \begin{bmatrix} 1 & 80 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{20} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow lens2 \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{20} & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow beeld \qquad \begin{bmatrix} 1 & xb \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$beeld \cdot lens2 \cdot afstand \cdot lens1 \cdot voorwerp \rightarrow transfermatrix$

$\begin{bmatrix} \frac{xb}{4}-7 & \frac{3 \cdot xb}{4}-25 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

$\text{solve}\left(\frac{3 \cdot xb}{4}-25=0, xb\right) \qquad xb=\frac{100}{3}$

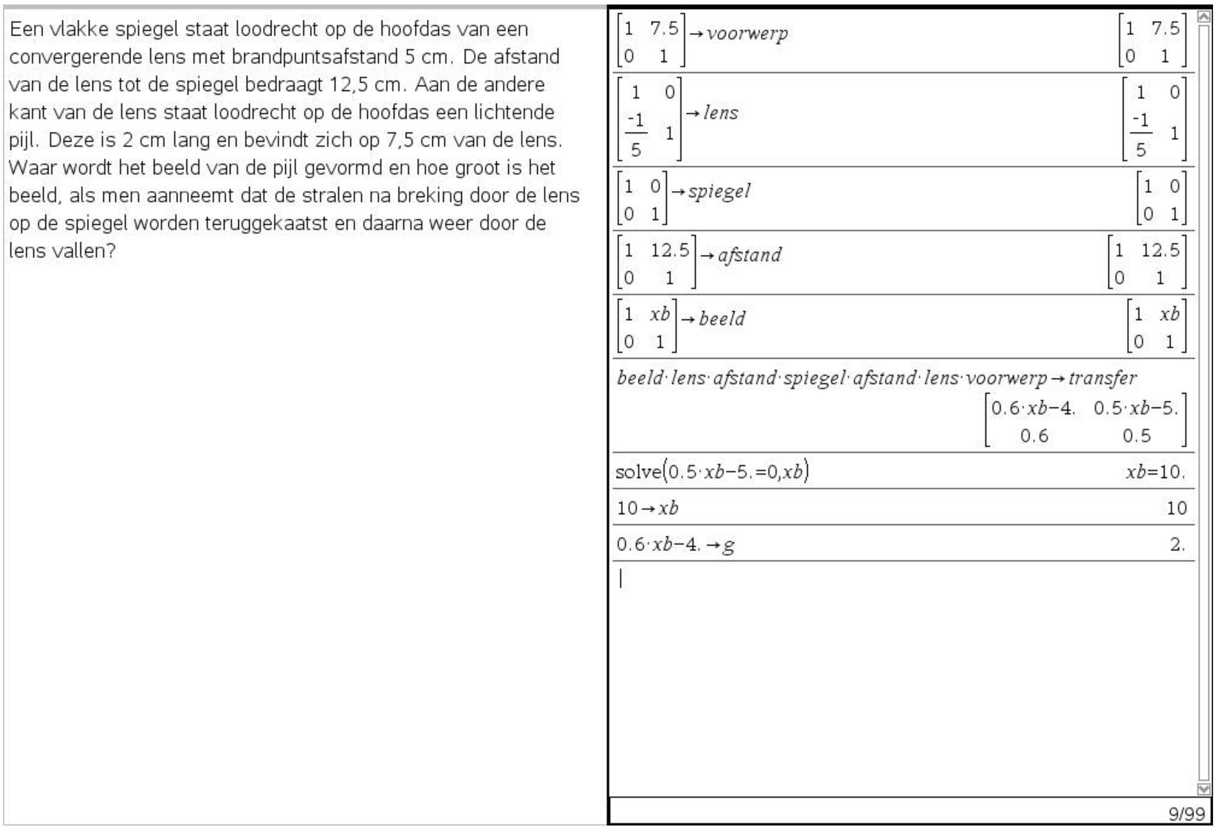
$\text{solve}\left(\frac{3 \cdot xb}{4}-25=0, xb\right) \qquad xb=33.3333$

$\frac{100}{3} \rightarrow xb \qquad \frac{100}{3}$

$\frac{xb}{4}-7 \rightarrow g \qquad \frac{4}{3}$

10/99

Een vlakke spiegel staat loodrecht op de hoofdas van een convergerende lens met brandpuntsafstand 5 cm. De afstand van de lens tot de spiegel bedraagt 12,5 cm. Aan de andere kant van de lens staat loodrecht op de hoofdas een lichtende pijl. Deze is 2 cm lang en bevindt zich op 7,5 cm van de lens. Waar wordt het beeld van de pijl gevormd en hoe groot is het beeld, als men aanneemt dat de stralen na breking door de lens op de spiegel worden teruggekaatst en daarna weer door de lens vallen?



Een lens met sterkte 5 dioptrie wordt 10 cm voor een lens met sterkte – 10 dioptrie geplaatst. Geef de eigenschappen van het beeld als het voorwerp zich 60 cm voor de eerste lens bevindt.

Een lens met sterkte 5 dioptrie wordt 10 cm voor een lens met sterkte – 10 dioptrie geplaatst. Geef de eigenschappen van het beeld als het voorwerp zich 60 cm voor de eerste lens bevindt.

$\begin{bmatrix}1 & 60\\ 0 & 1\end{bmatrix} \to voorwerp$ $\qquad \begin{bmatrix}1 & 60\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-1}{20} & 1\end{bmatrix} \to lens1$ $\qquad \begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-1}{20} & 1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1 & 10\\ 0 & 1\end{bmatrix} \to afstand$ $\qquad \begin{bmatrix}1 & 10\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{1}{10} & 1\end{bmatrix} \to lens2$ $\qquad \begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{1}{10} & 1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1 & xb\\ 0 & 1\end{bmatrix} \to beeld$ $\qquad \begin{bmatrix}1 & xb\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$beeld \cdot lens2 \cdot afstand \cdot lens1 \cdot voorwerp \to transfermatrix$

$\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 2 \cdot xb+40\\ 0 & 2\end{bmatrix}$

$\text{solve}(2 \cdot xb+40=0, xb)$ $\qquad xb=-20$

7/99

Bibliografie

P.P. Banerjee and T.C. Poon, Contemporary Optical Image Processing with Matlab, 1st ed., Elsevier, 2001.