Antwoorden

1 a $\alpha' = -\overline{\alpha}$ ($\overline{\alpha}$ is de notatie voor geconjugeerde)

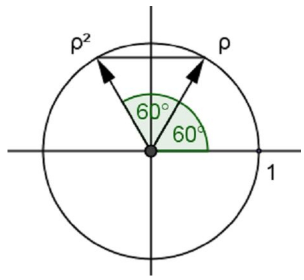
b $\alpha' = -\alpha$

c $\alpha' = \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{2}\right)\cdot\alpha$

d $\alpha' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}\right)\cdot\alpha$

e $\alpha' = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}\right)\cdot\alpha$

Draaien over 120° is twee keer draaien over 60°.
Complex: vermenigvuldigen met ρ^2.
Zowel rekenkundig als in de tekening zie je $\rho^2 = \rho - 1$



2 $\gamma = \frac{2}{3}\alpha + \frac{1}{3}\beta$ en $\delta = \frac{1}{3}\alpha + \frac{2}{3}\beta$

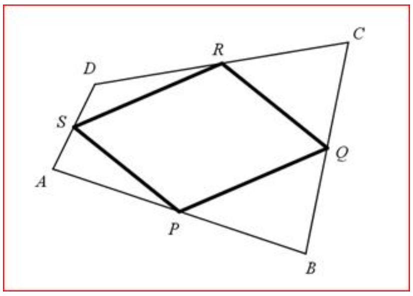
3 a $\delta - \varepsilon = \frac{1}{2}(\beta + \gamma) - \frac{1}{2}(\alpha + \gamma) = \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$

dus $DE \,//\, AB$ en $DE = \frac{1}{2}AB$.

a) $AZ = \frac{2}{3}AD$, uit opgave 2 volgt dan:

$\varsigma = \frac{1}{3}\alpha + \frac{2}{3}\delta = \frac{1}{3}\alpha + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}(\beta + \gamma) = \frac{1}{3}(\alpha + \beta + \gamma)$

4



$\rho - \sigma = \frac{1}{2}(\gamma + \delta) - \frac{1}{2}(\alpha + \delta) = \frac{1}{2}(\gamma - \alpha)$

$\xi - \pi = \frac{1}{2}(\beta + \gamma) - \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}(\gamma - \alpha)$; (bij Q neem je de letter ξ)

$SR \,//\, PQ$ en $SR = PQ \Rightarrow PQRS$ is een parallellogram.

5 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$, dus $\delta - \beta = \alpha - \beta + \gamma - \beta$ en dus $\delta = \alpha + \gamma - \beta$.

6 $\beta' - \alpha = i(\beta - \alpha)$, dus $\beta' = \alpha + i(\beta - \alpha)$

7 Te bewijzen: $\mathrm{i}(\varepsilon-\mu)=\delta-\mu$

$\mu=\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$

Uit opgave 6 volgt:

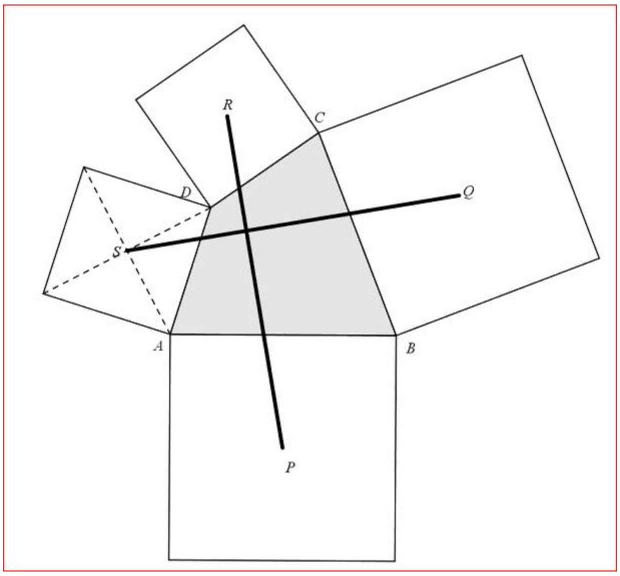
$\varepsilon=\frac{1}{2}(\beta+\gamma)+\mathrm{i}\left(\beta-\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\right)=\frac{1}{2}(\beta+\gamma)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\beta-\gamma)$

$\delta=\frac{1}{2}(\alpha+\gamma)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\gamma-\alpha)$

$\varepsilon-\mu=\frac{1}{2}(\gamma-\alpha)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\beta-\gamma)$ en $\delta-\mu=\frac{1}{2}(\gamma-\beta)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\gamma-\alpha)$

$\mathrm{i}(\varepsilon-\mu)=\frac{1}{2}\mathrm{i}(\gamma-\alpha)+\frac{1}{2}\mathrm{i}^2(\beta-\gamma)=\frac{1}{2}(\gamma-\beta)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\gamma-\alpha)=\delta-\mu$

8



Te bewijzen: $\mathrm{i}(\xi-\sigma)=\rho-\pi$

$\sigma=\frac{1}{2}(\alpha+\delta)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\delta-\alpha)$

$\rho=\frac{1}{2}(\gamma+\delta)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\gamma-\delta)$

$\xi=\frac{1}{2}(\beta+\gamma)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\beta-\gamma)$

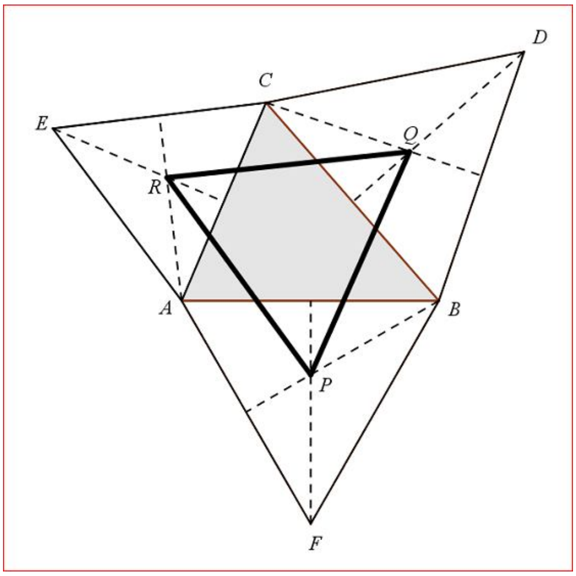
$\pi=\frac{1}{2}(\alpha+\beta)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\alpha-\beta)$

$\xi-\sigma=\frac{1}{2}(\beta+\gamma-\alpha-\delta)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\alpha+\beta-\gamma-\delta)$

$\rho-\pi=\frac{1}{2}(\gamma+\delta-\alpha-\beta)+\frac{1}{2}\mathrm{i}(\beta+\gamma-\alpha-\delta)$

$$\begin{aligned}\mathrm{i}(\xi-\sigma)&=\tfrac{1}{2}\mathrm{i}(\beta+\gamma-\alpha-\delta)+\tfrac{1}{2}\mathrm{i}^2(\alpha+\beta-\gamma-\delta)\\&=\tfrac{1}{2}(\gamma+\delta-\alpha-\beta)+\tfrac{1}{2}\mathrm{i}(\beta+\gamma-\alpha-\delta)=\rho-\pi\end{aligned}$$

9



Te bewijzen: $\rho(\xi-\pi)=\tau-\pi$
(vanwege de verwarring met de rotatie ρ (zie opgave 1) kiezen we bij het punt R de tau (τ))

$\pi=\frac{1}{3}(\alpha+\beta+\varphi)$, $\xi=\frac{1}{3}(\beta+\gamma+\delta)$ en $\tau=\frac{1}{3}(\alpha+\lambda+\varepsilon)$ met
$\varphi=\beta+\rho(\alpha-\beta)$, $\delta=\gamma+\rho(\beta-\gamma)$ en $\varepsilon=\alpha+\rho(\gamma-\alpha)$

Om geen last te hebben van de herhaald voorkomende $\frac{1}{3}$ bewijzen we
$3\rho(\xi-\pi)=3(\tau-\pi)$

$3(\tau-\pi)=\gamma+\varepsilon-\beta-\varphi=(\alpha+\gamma-2\beta)+\rho(\beta+\gamma-2\alpha)$
$3(\xi-\pi)=\gamma+\delta-\alpha-\varphi=(2\gamma-\alpha-\beta)+\rho(2\beta-\alpha-\gamma)$

$3\rho(\xi-\pi)=\rho(2\gamma-\alpha-\beta)+\rho^2(2\beta-\alpha-\gamma)$ (Bedenk: $\rho^2=\rho-1$)
$=\rho(2\gamma-\alpha-\beta)+\rho(2\beta-\alpha-\gamma)-(2\beta-\alpha-\gamma)$
$=(\alpha+\gamma-2\beta)+\rho(\beta+\gamma-2\alpha)=3(\tau-\pi)$