

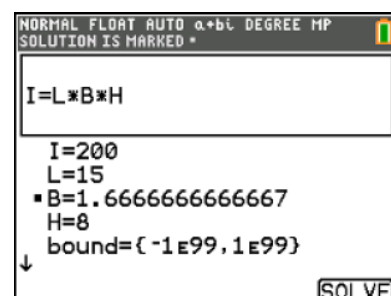
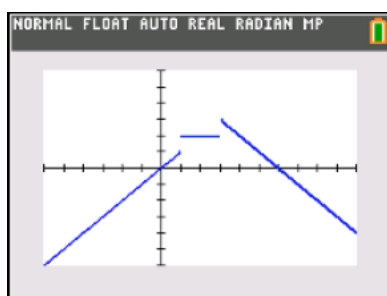
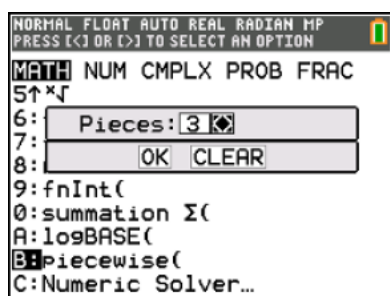


T³ Vlaanderen

Haal meer uit je TI-84 Plus CE-T

20^{ste} T³ Symposium

Philip Bogaert



Inleiding

In 1996 introduceerde Texas Instruments de TI-83 als een verbeterde versie van de TI-82. De TI-83 werd al snel een populair en veel gebruikt grafisch rekentoestel in het secundair onderwijs. Naast de normale functies die je terugvindt op een wetenschappelijke rekenmachine, biedt de TI-83 extra mogelijkheden zoals het plotten van de grafiek van een functie, algebra (rekenen met matrices en complexe getallen) en statistiek.

In 1999 werd de TI-83 vervangen door de TI-83 Plus. Deze laatste heeft een Flash ROM zodat je het besturingssysteem kan updaten indien nodig of om Flash Applications op te slaan die via een nieuwe toets (Apps) beschikbaar zijn. Een interessante APP is de Finance APP, bruikbaar tijdens de lessen financiële algebra.

In 2001 verscheen dan de TI-83 Plus Silver Edition met ongeveer negen maal zoveel beschikbaar flashgeheugen en een verwerkingssnelheid die meer dan tweemaal zo groot is als bij een standaard TI-83.

De TI-84 Plus en de TI-84 Plus Silver Edition verschenen in 2004 als een upgrade van de TI-83 Silver Edition. Het toestel is sneller, heeft meer geheugen en beschikt over een ingebouwde klok en USB poort.

Bij elke nieuwe hardware release werd ook het O.S geüpgrade. Zo kan je via de mode "MathPrint" formules vlotter ingeven en zijn de mogelijkheden binnen het domein van de statistiek enorm toegenomen.

In de lente van 2013 werd het scherm vervangen door een high-resolution 320x240-pixel color screen en werd het toestel uitgerust met een herlaadbare batterij. De TI-84 C Silver Edition was geboren.

Lente 2015. De TI-84 CE-T is platter, de I/O DBus poort bovenaan is verdwenen en naast de USB uitgang bevindt zich nu een LED-lichtje. Het toestel draait onder een nieuw besturingssysteem, het O.S. 5.x (momenteel reeds versie 5.3).



Inhoudstafel

1. Krommen

- 1.1. Functies met meervoudig functievoorschrift p. 03
- 1.2. Parameterkrommen p. 05
- 1.3. Poolcoördinaten p. 08

2. Functievoorschriften opstellen

- 2.1. Veeltermfuncties p. 10
- 2.2. Exponentiële functies p. 11
- 2.3. Logistische groei p. 12
- 2.4. Modelleren p. 14

3. Equation Solver p. 17

4. Lijsten

- 4.1. Rekenen met lijsten p. 20
- 4.2. Toepassing : beschrijvende statistiek p. 23
- 4.3. Rekenen met vectoren p. 25

5. Rijen

- 5.1. Rekenen met rijen p. 27
- 5.2. Toepassing : discreet dynamische modellen p. 28
- 5.3. Tijdgrafieken en webdiagrammen p. 30
- 5.4. Numerieke integratie p. 32

6. Gebruik van Applicaties

- 6.1. APP PlySmlt2 p. 34
- 6.2. APP Inequalz p. 41
- 6.3. APP Transfrm p. 45

7. Weetjes

- 7.1. Getaltheorie p. 48
- 7.2. Hyperbolische functies (Catalog) p. 49
- 7.3. Resend p. 49
- 7.4. Examenstand p. 50
- 7.5. PRGM (APP) HUB p. 51

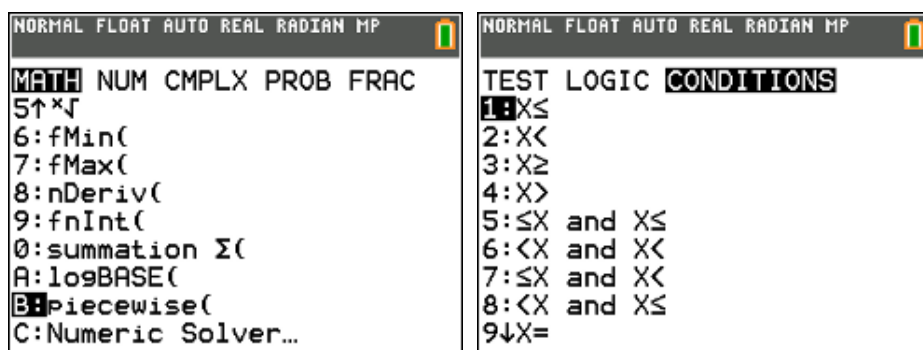
Haal meer uit je TI-84

1. Krommen

1.1. Functies met meervoudig functievoorschrift

Het O.S. 5.3 bevat een aantal opties die het ingeven van een functie met meervoudig functieschrift vergemakkelijken.

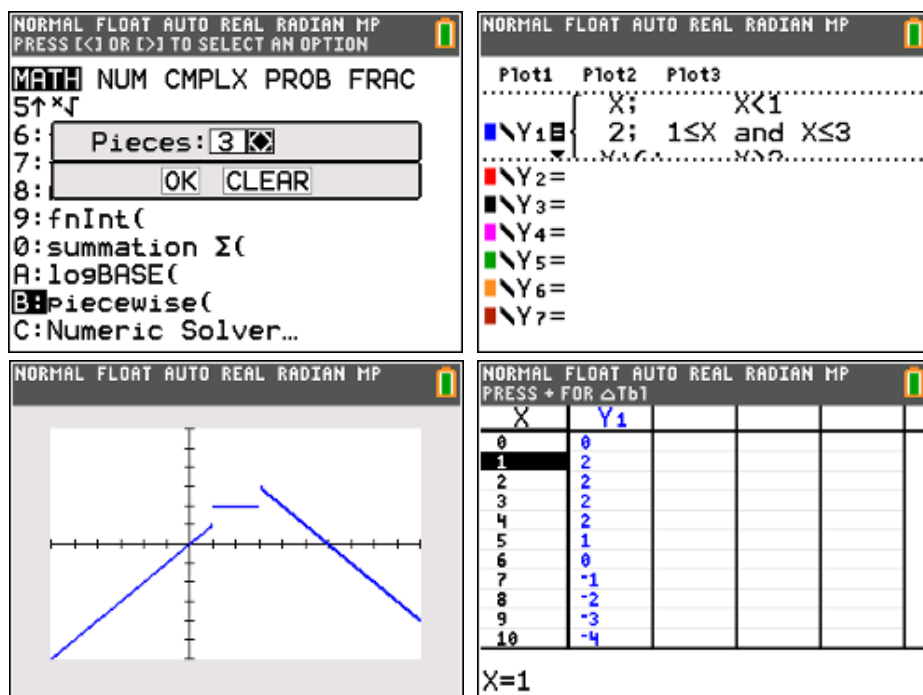
(Math → piecewise en 2nd test Conditions)



voorbeeld

Plot de grafiek van de functie met meervoudig functievoorschrift:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in]-\infty, 1[\\ 2 & x \in [1, 3] \\ -x + 6 & x \in]3, +\infty[\end{cases}$$



toepassing

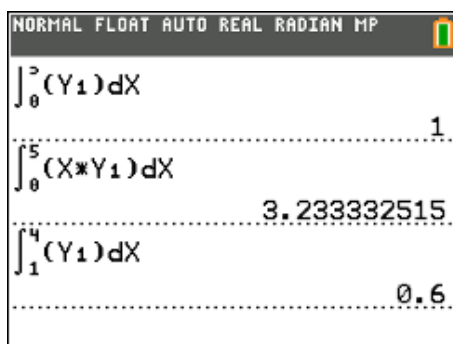
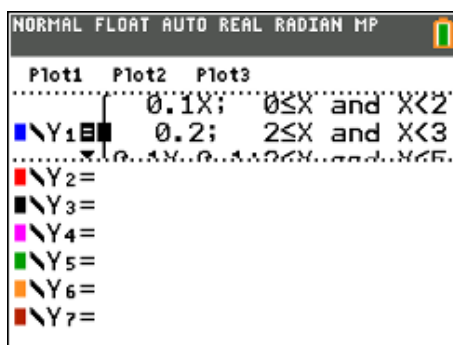
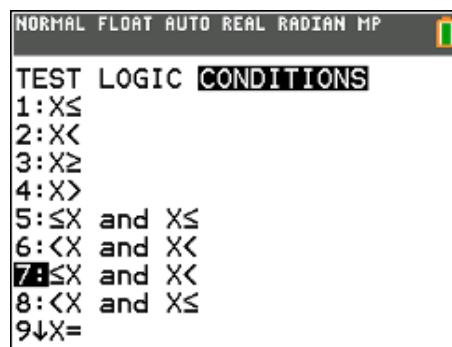
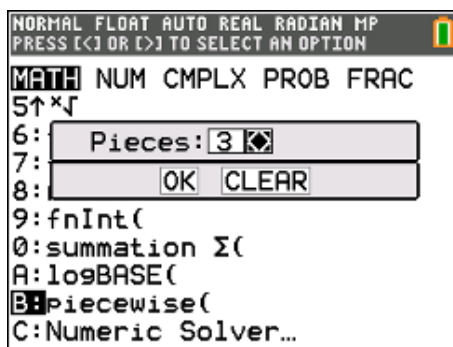
Gegeven de functie met meervoudig functievoorschrift:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in]-\infty, 0[\\ 0,1x & x \in [0, 2[\\ 0,2 & x \in [2, 3[\\ 0,1x - 0,1 & x \in [3, 5] \\ 0 & x \in]5, +\infty[\end{cases}$$

Gevraagd:

- (a) ga na dat deze functie een kansdichtheidsfunctie voorstelt
- (b) bepaal het gemiddelde μ
- (c) bereken $P(1 < X < 4)$

Oplossing:



Antwoord:

$$\mu = 3,2333... = 97/30$$

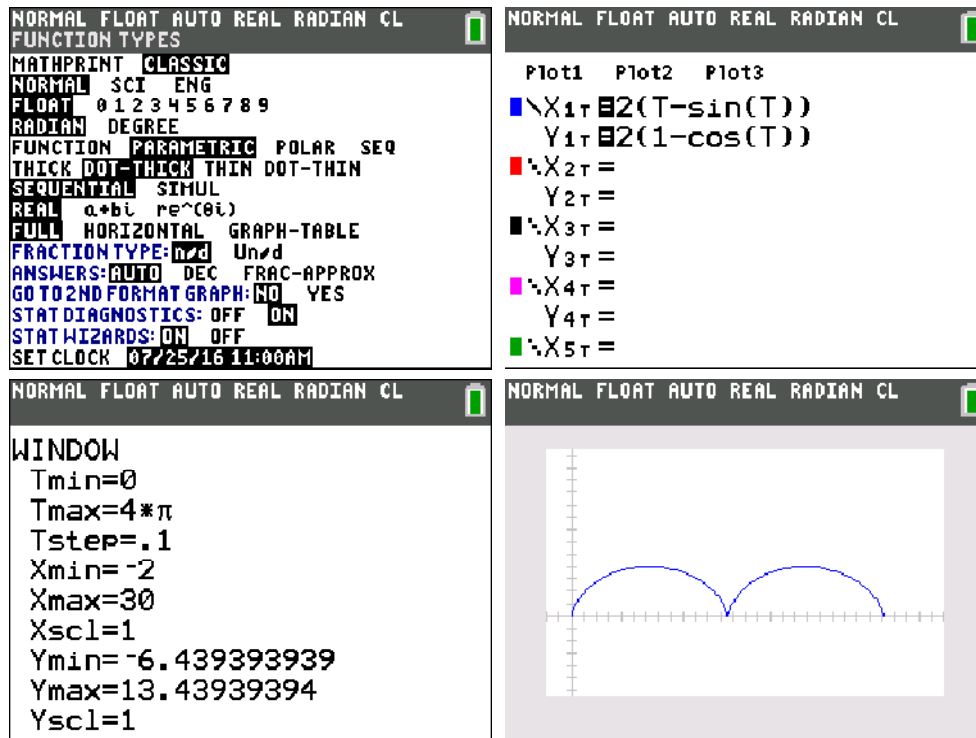
$$P(1 < X < 4) = 0,6 = 3/5 = 60\%$$

1.2. Parameterkrommen

opgave 01

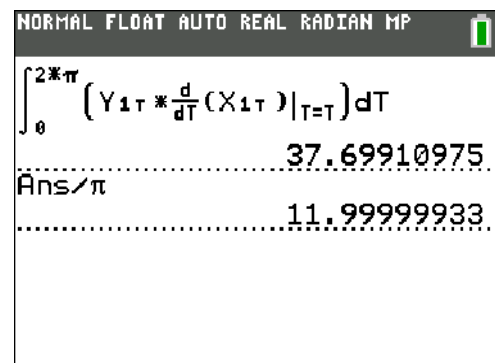
- (a) Bereken de oppervlakte van het deel van het vlak begrensd door de x-as en een tak van de cycloïde met stelsel parametervergelijkingen:

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$



oppervlakte

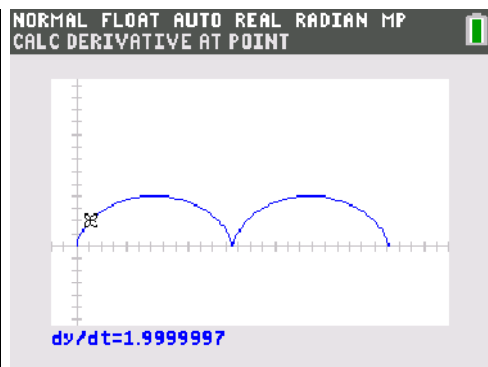
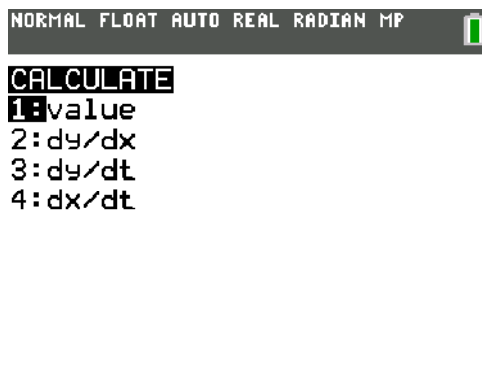
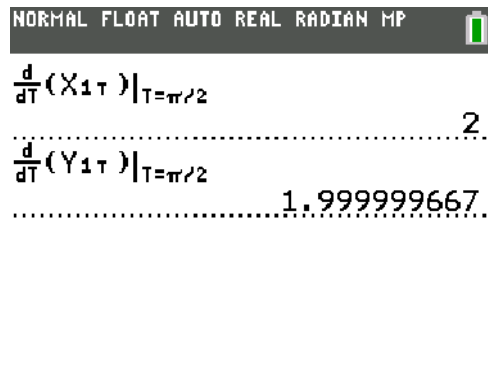
$$\begin{aligned} A &= \int_{x_1}^{x_2} y \, dx = \int_{x_1}^{x_2} 2(1 - \cos t) d(2(t - \sin t)) \\ &= 4 \int_{t_1}^{t_2} (1 - \cos t)^2 \, dt = 4 \int_0^{2\pi} (1 - 2\cos t + \cos^2 t) \, dt \\ &= 12\pi \end{aligned}$$



(b) Bereken de afgeleide van x en y naar t voor $t = \pi/2$.

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=\frac{\pi}{2}} = (2(1 - \cos t))_{t=\frac{\pi}{2}} = 2$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=\frac{\pi}{2}} = (2 \sin t)_{t=\frac{\pi}{2}} = 2$$

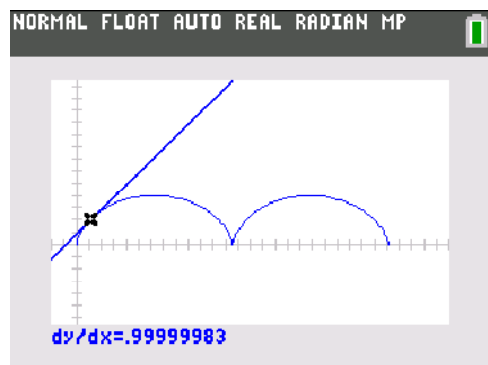


(c) Bepaal (en teken) de vergelijking van de raaklijn in het punt P voor $t = \pi/2$ aan de cycloïde

$$x\left(\frac{\pi}{2}\right) = (2(t - \sin t))_{t=\frac{\pi}{2}} = \pi - 2$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = (2(1 - \cos t))_{t=\frac{\pi}{2}} = 2$$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{dy/dt}{dx/dt}\right)_{t=\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{2} = 1$$

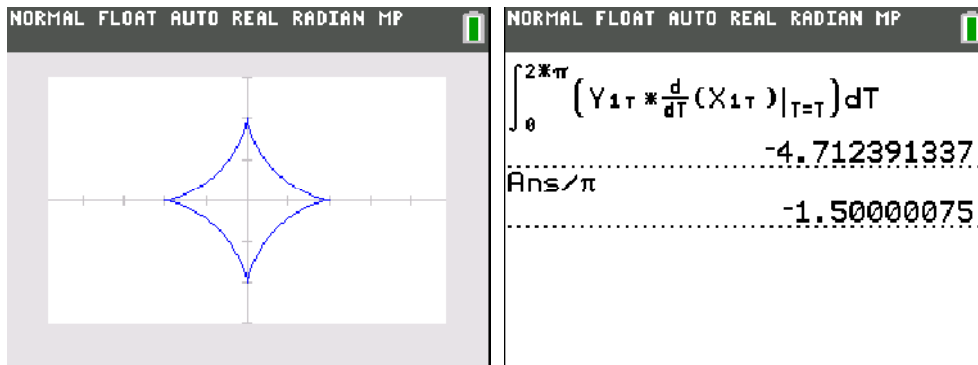


$$t \leftrightarrow y - 2 = 1(x - \pi + 2) \Leftrightarrow y = x - \pi + 4$$

opgave 02

Bereken de oppervlakte van het deel van het vlak begrensd door de regelmatige astroïde met stelsel parametervergelijkingen:

$$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

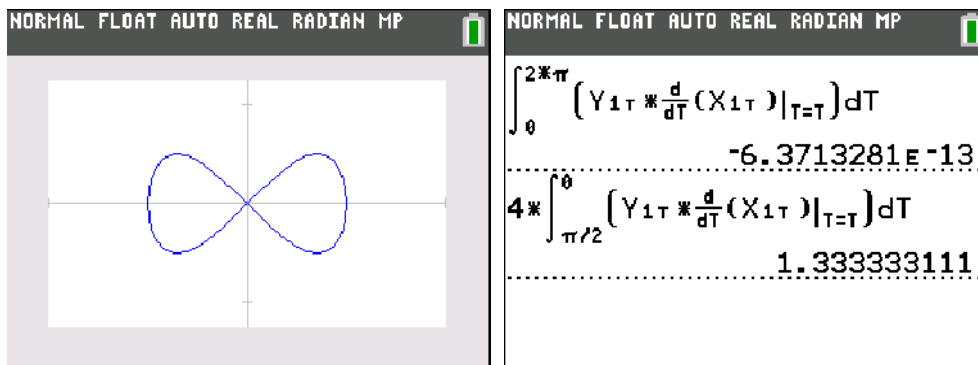


Hoe verklaar je het minteken?

opgave 03

Bereken de oppervlakte van het lemniscaat van Geronno met stelsel parametervergelijkingen:

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \cos t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

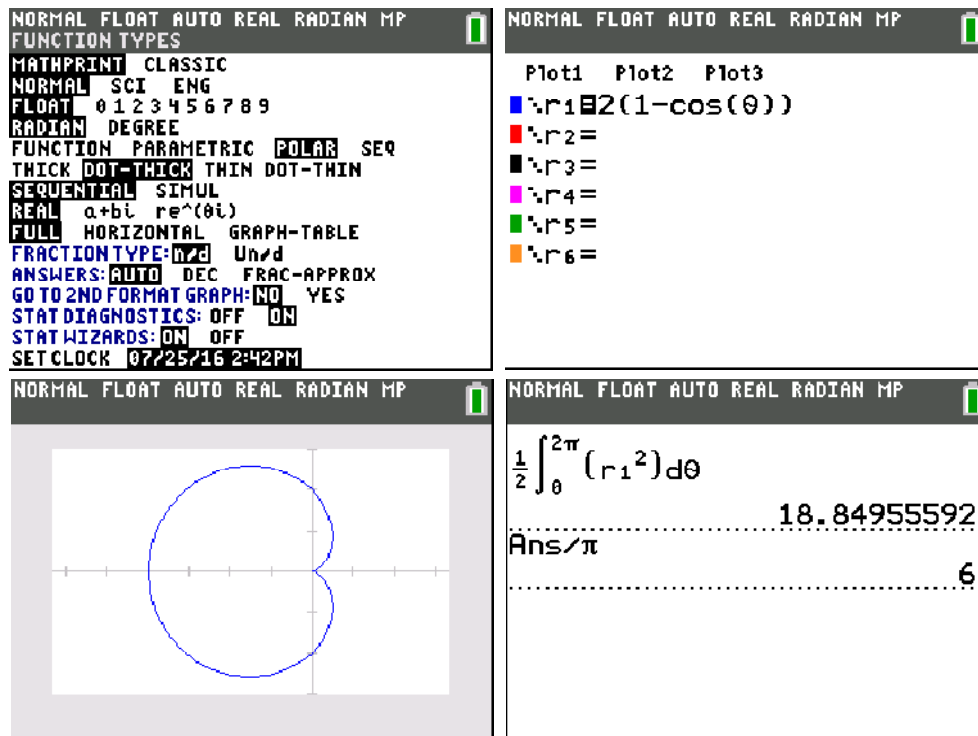


Waarom is de eerste integraal nul?

1.3. Poolcoördinaten

opgave 01

- (a) Bereken de oppervlakte van het deel van het vlak begrensd door de kromme k (cardioïde) met poolvergelijking $r = 2(1 - \cos \theta)$



oppervlakte

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} r \, dr \, d\theta = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} r^2 \, d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (2(1 - \cos \theta))^2 \, d\theta = 2 \int_0^{2\pi} (1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta) \, d\theta \\
 &= 6\pi
 \end{aligned}$$

- (b) Zoek de cartesische vergelijking van de raaklijn aan de kromme k in het punt met poolhoek $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \\
 \Rightarrow y' &= \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{\frac{dr}{d\theta} \sin \theta + r \cos \theta}{\frac{dr}{d\theta} \cos \theta - r \sin \theta} = \frac{r' \sin \theta + r \cos \theta}{r' \cos \theta - r \sin \theta}
 \end{aligned}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$r = 2 \left(1 - \cos \frac{\pi}{2} \right) = 2$$

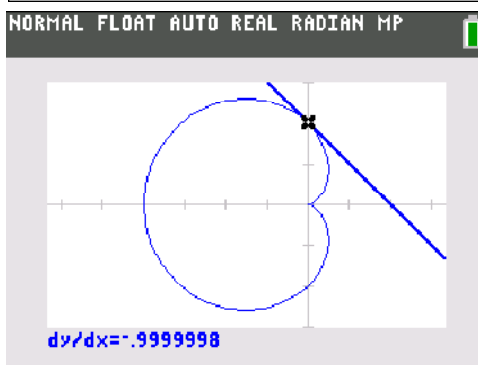
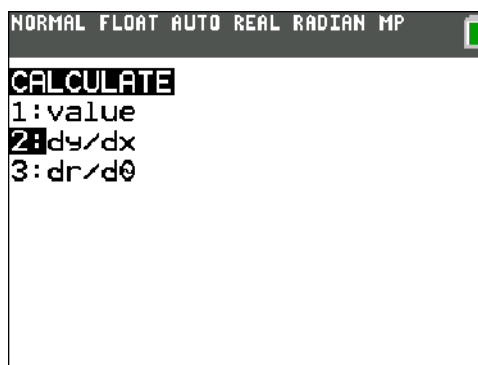
$$x = r \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$y = r \sin \frac{\pi}{2} = 2$$

$$r' = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2$$

$$y' = \frac{2.1 + 2.0}{2.0 - 2.1} = -1$$

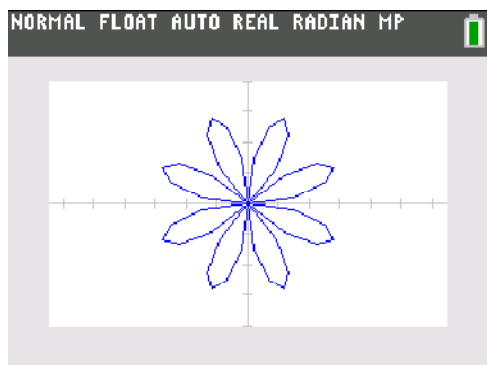
$$t \Leftrightarrow y - 2 = -1(x - 0) \Leftrightarrow y = -x + 2$$



opgave 02

Bereken de oppervlakte van het achtbladige rozet met poolvergelijking

$$r = 3 \sin(4\theta)$$



NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP

$$\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (r_1^2) d\theta$$

14.13716694

Ans/π

4.5

2. Functievoorschriften opstellen

2.1. Veeltermfuncties

Stel het voorschrift op van een veeltermfunctie van de derde graad waarvan de grafiek gaat door de punten P(-2,-31), Q(0,-5), R(1,-1) en S(3,49).

methode 1 : 2nd Matrix

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$P \in f \Rightarrow -8a + 4b - 2c + d = -31$$

$$Q \in f \Rightarrow d = -5$$

$$R \in f \Rightarrow a + b + c + d = -1$$

$$S \in f \Rightarrow 27a + 9b + 3c + d = 49$$

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP					
MATRIX[A] 4 x5					
-8	4	-2	1	-31	
0	0	0	1	-5	
1	1	1	1	-1	
27	9	3	1	49	

[A](1,1)= -8

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP					
NAMES MATH EDIT					
5↑identity(
6:randM(
7:augment(
8:Matr→list(
9>List→matr(
0:cumSum(
A:ref(
B:rref(
C↓rowSwap(

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP					
rref([A])					
1	0	0	0	2	
0	1	0	0	-1	
0	0	1	0	3	
0	0	0	1	-5	

oplossing:

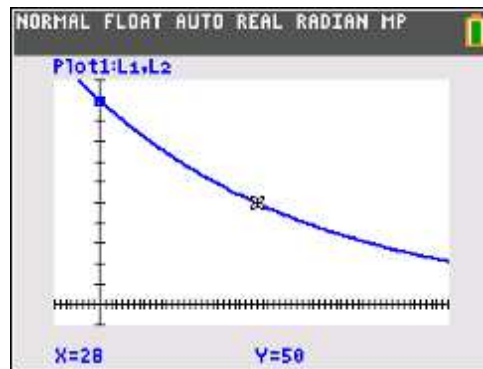
$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 5$$

methode 2 : Stat Calc

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP					
L1	L2	L3	L4	L5	2
-2	-31	-----	-----	-----	
0	-5				
1	-1				
3	49				
-----	-----				

L2(5)=

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP					
EDIT CALC TESTS					
1:1-Var Stats					
2:2-Var Stats					
3:Med-Med					
4:LinReg(ax+b)					
5:QuadReg					
6:CubicReg					
7:QuartReg					
8:LinReg(a+bx)					
9↓LnReg					



antwoord:

$$f(x) = 100 \cdot (0,976)^x$$

groefactor (tot op 3 decimalen) : 0,976
aanwezig percentage na 50 jaar : 29%

2.3. Logistische groei

In een natuurgebied waar de beverpopulatie totaal verdwenen was, worden opnieuw 20 bevers losgelaten. De populatie groeit logistisch aan. Na drie jaar is de beverfamilie aangegroeid tot 44 bevers, na zeven jaar tot 115 bevers. Hoeveel bevers telt de beverfamilie na 10 jaar? En op lange termijn?

oplossing:

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP

EDIT **CALC** TESTS

5↑QuadReg

6: CubicReg

7: QuartReg

8: LinReg(a+bx)

9: LnReg

0: ExpReg

A: PwrReg

B: Logistic

C↓SinReg

NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP

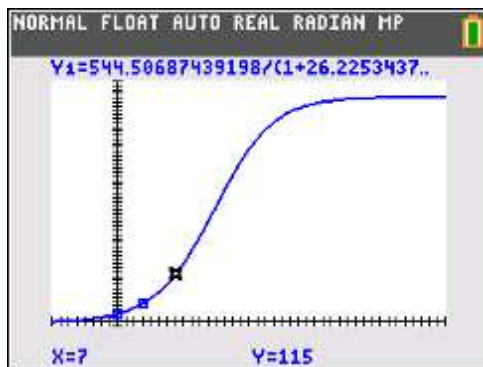
Logistic

Xlist:L1
Ylist:L2
FreqList:
Store RegEQ:Y1
Calculate

NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP

Logistic

$y=c/(1+ae^{(-bx)})$
 $a=26.22534372$
 $b=0.2784315203$
 $c=544.5068744$



NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
PRESS + FOR Δ tbl

X	Y1			
6	91.761			
7	115			
8	142.27			
9	173.41			
10	207.83			
11	244.58			
12	282.38			
13	319.8			
14	355.45			
15	388.21			
16	417.32			

X=10

NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP

Y1(10) 207.8289906
 Y1(100) 544.5068744
 Y1(1000) 544.5068744

antwoord:

$$f(x) = \frac{544,5}{1 + 26,2 \cdot e^{-0,278x}} = \frac{544,5}{1 + 26,2 \cdot (0,757)^x}$$

aantal bevers na 10 jaar : ongeveer 208 bevers

aantal bevers op lange termijn : ongeveer 545 bevers

2.4. Modelleren

Een onderzoeker heeft een vijftal experimenten gedaan en zijn waarneming getabelleerd. In de eerste kolom staan tijdseenheden in de tweede kolom de waarnemingen. Bepaal bij elk experiment een passend functievoorschrift.

experiment 1	
t	y(t)
1	4
2	4
3	0
4	-2
5	4
6	24

experiment 2	
t	y(t)
1	7,94
3	7,23
5	4,56
7	1,55
9	0,03
11	0,91
13	3,67
15	6,63
17	7,99

experiment 3	
t	y(t)
1	5,50
3	6,66
4	7,32
7	9,74
9	11,79
10	12,97
12	15,69

experiment 4	
t	y(t)
1	12,71
2	19,44
3	28,25
4	38,51
5	48,96
6	58,27
7	65,61
8	70,85

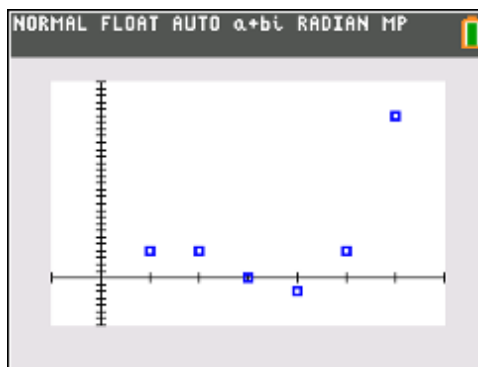
experiment 5	
t	y(t)
2	-1,00
4	-0,59
6	0,70
8	2,66
10	5,00
12	7,34
14	9,30
16	10,60
18	11,00

oplossing

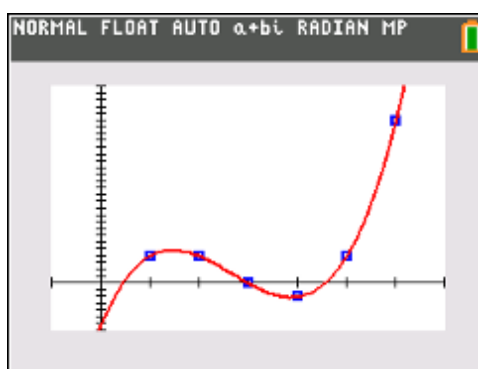
experiment 1

L1	L2	L3	L4	L5	2
1	4	-----	-----	-----	
2	4				
3	0				
4	-2				
5	4				
6	24				
-----	-----				

L2(1)=4



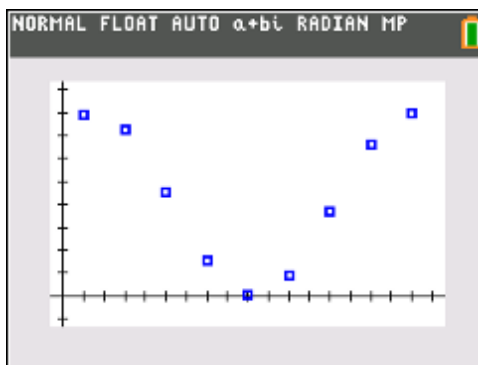
NORMAL FLOAT AUTO a+bi RADIAN MP					
L1	L2	L3	L4	L5	2
CubicReg					
$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$					
a=1					
b=-8					
c=17					
d=-6					
$R^2=1$					



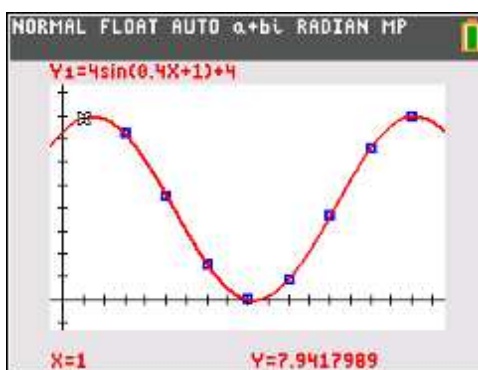
experiment 2

L1	L2	L3	L4	L5	2
1	7.94	-----	-----	-----	
3	7.23				
5	4.56				
7	1.55				
9	0.03				
11	0.91				
13	3.67				
15	6.63				
17	7.99				
-----	-----				

L2(1)=7.94



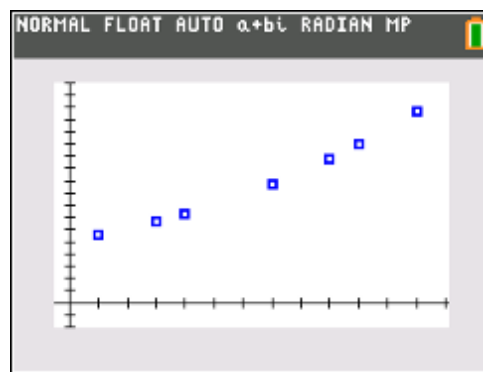
NORMAL FLOAT AUTO a+bi RADIAN MP					
L1	L2	L3	L4	L5	2
SinReg					
$y = a \sin(bx + c) + d$					
a=3.997532501					
b=0.399993579					
c=1.000859586					
d=3.999562907					



experiment 3

L1	L2	L3	L4	L5	2
1	5.5				
3	6.66				
4	7.32				
7	9.74				
9	11.79				
10	12.97				
12	15.69				

L2(1)=5.5



ExpReg

$$y = a * b^x$$

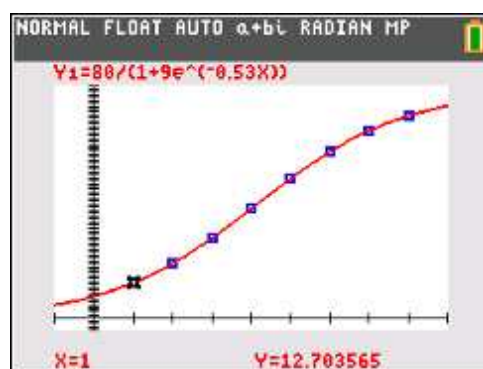
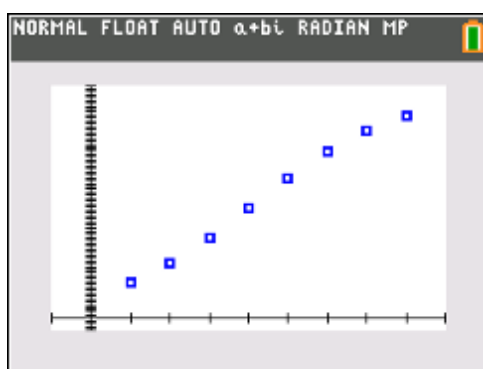
$$a = 5.001226682$$

$$b = 1.099966104$$

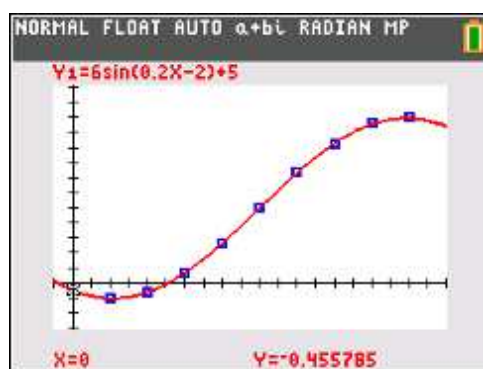
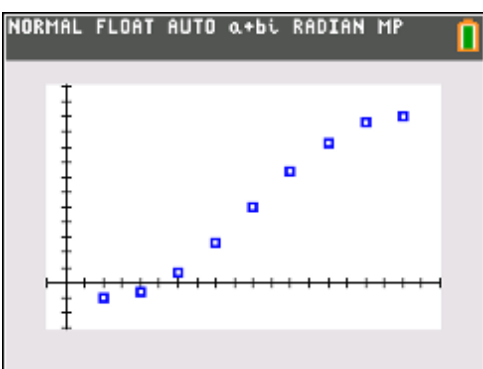
$$r^2 = 0.9999992926$$

$$r = 0.9999996463$$


experiment 4



experiment 5



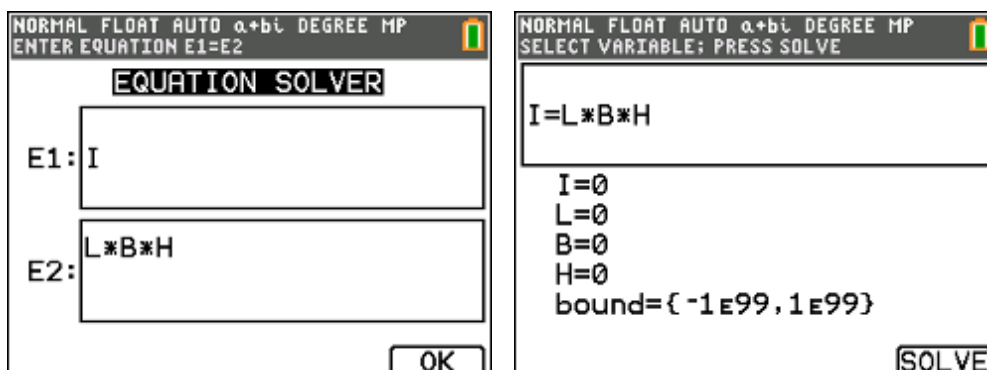
3. Equation Solver

De Equation Solver ("math" "C:Numeric Solver") is een handig hulpmiddel voor leerlingen die last hebben bij het omvormen van formules.

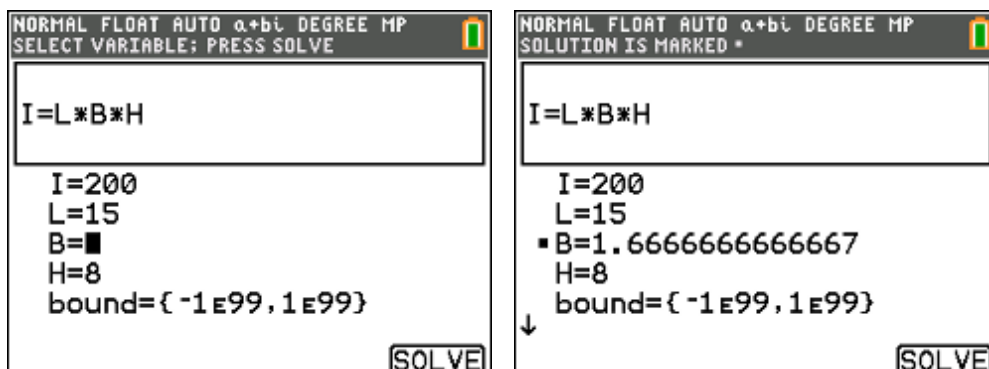
voorbeeld 1 : inhoud van een balk

Formule : $I = l.b.h$

waarbij I : de inhoud
 l : de lengte
 b : de breedte
 h : de hoogte



- vul drie van de vier grootheden in,
- ga op de ontbrekende grootheid staan,
- druk "Alpha solve" of "F5"



voorbeeld 2 : warmtewet van Newton

Experimenteel heeft men vastgesteld dat de snelheid waarmee de temperatuur van een voorwerp verandert (bij afkoeling of opwarming) evenredig is met het verschil tussen de constant veronderstelde omgevingstemperatuur A en de ogenblikkelijke temperatuur T van het voorwerp (warmtewet van Newton). Dit leidt tot een differentiaalvergelijking met als oplossing:

$$T(t) = A + (T_0 - A) \cdot e^{-kt}$$

met $T(t)$ de temperatuur van het voorwerp in functie van de tijd, A de omgevingstemperatuur en k een constante.

Stel dat de begintemperatuur van de koffie die men in de kantine schenkt 90°C is. De temperatuur in de kantine is 20°C en $k = 0,1$. Na hoeveel minuten bedraagt de temperatuur van de koffie dan 50°C ?

oplossing:

The image shows three sequential screenshots of a TI-84 Plus calculator's Equation Solver interface, demonstrating the steps to solve for time T given the temperature W .

Screenshot 1: Equation Solver Setup
The screen displays the 'EQUATION SOLVER' menu. The equation $E1: W$ is entered in the first line, and $E2: A + (B - A) * e^{-K * T}$ is entered in the second line. The 'OK' button is visible at the bottom right.

Screenshot 2: Variable Assignment
The screen shows the equation $W = A + (B - A) * e^{-K * T}$ at the top. Below it, the variables are assigned: $W = 50$, $A = 20$, $B = 90$, $K = .1$, and $T =$ followed by a cursor. The 'SOLVE' button is at the bottom right.

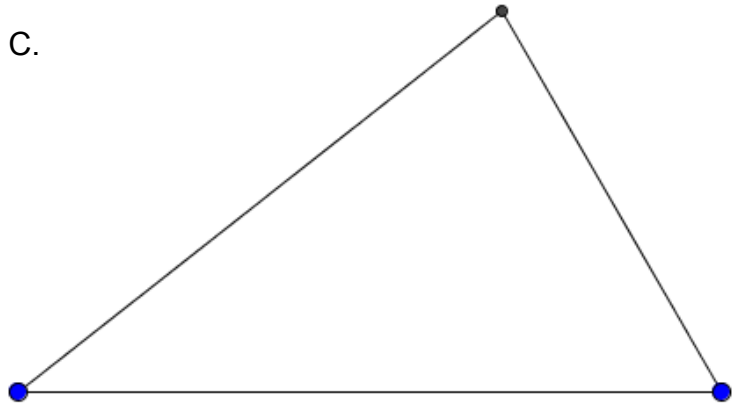
Screenshot 3: Solution Result
The screen shows the same equation and variable assignments. The value for T is now calculated and displayed as $T = 8.4729786038721$. The 'SOLVE' button remains at the bottom right.

voorbeeld 3 : willekeurige driehoeken oplossen

Gegeven een driehoek ABC met lengte van de zijden

$$|AB| = 8, |AC| = 7 \text{ en } |BC| = 5.$$

Gevraagd : grootte van de hoek C.



NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE MP
ENTER EQUATION E1=E2

EQUATION SOLVER

E1: C^2

E2: $A^2+B^2-2AB\cos(K)$

OK

NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE MP
SELECT VARIABLE; PRESS SOLVE

$C^2=A^2+B^2-2AB\cos(K)$

C=8
A=5
B=7
K=■
bound={ -1E99, 1E99 }

SOLVE

NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE MP
SOLUTION IS MARKED *

$C^2=A^2+B^2-2AB\cos(K)$

C=8
A=5
B=7
■ K=81.786789298261
bound={ -1E99, 1E99 }

↓

SOLVE

4. Lijsten

4.1. Rekenen met lijsten

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE MP
NAMES OPS MATH
1:SortA(
2:SortD(
3:dim(
4:Fill(
5:seq(
6:cumSum(
7:ΔList(
8:Select(
9:augment(
```

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE MP
NAMES OPS MATH
1:min(
2:max(
3:mean(
4:median(
5:sum(
6:prod(
7:stdDev(
8:variance(
```

- getallen in een lijst steken

vul lijst L1 met de waarden : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

vul lijst L2 met de waarden : 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59

- lijsten samenvoegen

voeg lijst L1 en L2 samen tot L3

"2nd list, OPS, 9:augment"

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE CL
{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29
}→L1
{2 3 5 7 11 13 17 19 23 2...
{31,37,41,43,47,53,59}→L2
{31 37 41 43 47 53 59}
augment(L1,L2)→L3
{2 3 5 7 11 13 17 19 23 2...
```

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE CL
```

L1	L2	L3	L4	L5	2
2	31	2	-----	-----	
3	37	3			
5	41	5			
7	43	7			
11	47	11			
13	53	13			
17	59	17			
19		19			
23	-----	23			
29		29			
-----		31			

L2(1)=31

- lijsten wissen

wis lijst L1 en L2

"stat, edit, 4:ClrList"

(alle lijsten wissen :

"2nd mem, 4:ClrAllLists")

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE CL
ClrList L1,L2
..... Done
```

- lijsten genereren

vul lijst L1 met de waarden 2, 4, 6, ..., 34.

"2nd list, OPS, 5:seq"

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bi DEGREE CL
seq
Expr: I+2
Variable: I
start: 0
end: 32
step: 2
Paste
```

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bi DEGREE CL
seq(I+2, I, 0, 32, 2) → L1
{2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 ...}
```

- cumulatieve som

vul lijst L2 met de cumulatieve som van de waarden uit lijst L1

"2nd list, OPS, 6:cumSum"

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bi DEGREE CL
cumSum(L1) → L2
{2 6 12 20 30 42 56 72 90 ...}
```

L1	L2	L3	L4	L5	1
2	2	2	-----	-----	
4	6	3			
6	12	5			
8	20	7			
10	30	11			
12	42	13			
14	56	17			
16	72	19			
18	90	23			
20	110	29			
22	132	31			

L1(1)=2

- rekenen met lijsten

vervang lijst L1 door het verschil van lijst L2 met L3

"L2 - L3 → L1"

```
NORMAL FLOAT AUTO a+bi DEGREE CL
L2-L3 → L1
{0 3 7 13 19 29 39 53 67 ...}
```

L1	L2	L3	L4	L5	1
0	2	2	-----	-----	
3	6	3			
7	12	5			
13	20	7			
19	30	11			
29	42	13			
39	56	17			
53	72	19			
67	90	23			
81	110	29			
101	132	31			

L1(1)=0

- wis lijst L2 en L3 en zet de toenames van lijst L1 in lijst L2

Left Screenshot:

NORMAL FLOAT AUTO $\alpha+b\bar{i}$ DEGREE CL

ClrList L2,L3

Done

Δ List(L1) \rightarrow L2

{3 4 6 6 10 10 14 14 14 2...

Right Screenshot:

NORMAL FLOAT AUTO $\alpha+b\bar{i}$ DEGREE CL

L1	L2	L3	L4	L5
0	3	-----	-----	-----
3	4			
7	6			
13	6			
19	10			
29	10			
39	14			
53	14			
67	14			
81	20			
101	18			

L1(1)=0

- tel het aantal waarden in lijst L1 en bereken het gemiddelde, de som en het product van alle waarden van lijst L1

NORMAL FLOAT AUTO a+bj DEGREE CL	
dim(L1)	17
mean(L1)	88.11764706
sum(L1)	1498
Prod(L1)	0

- zet in lijst L3 het derde t.e.m. het twaalfde element uit lijst L1

4.2. Toepassing : beschrijvende statistiek

Van een appelsoort neemt men een steekproef van 36 appels. Hiervan worden het gewicht (in gram) en het volume (in cl) bepaald.

De resultaten zijn :

gram	cl
268	36
229	30
290	31
331	42
328	45
349	57
193	26
271	45
324	34
237	36
252	32
212	30

gram	cl
257	34
264	28
285	39
265	32
267	32
265	28
334	37
277	36
273	35
259	39
359	47
315	36

gram	cl
216	40
302	40
316	46
357	47
277	40
259	36
307	43
265	33
310	40
222	30
246	29
219	29

Bereken a.d.h. van formules uit de statistiek (en niet via voorgeprogrammeerde functies van je GRM) :

- Het gemiddeld gewicht van de steekproef.
- De standaardafwijking van het gemeten volume.
- De covariantie tussen beide grootheden.
- De correlatie tussen beide grootheden.

(Via “stat calc 1-var stats” en “stat calc linreg(ax + b) kan je gemiddelde, standaardafwijking en correlatie (op voorwaarde dat mode op “statdiagnostics ON” staat) berekenen).

NORMAL FLOAT AUTO $a+bx$ DEGREE CL					
L1	L2	L3	L4	L5	2
268	36	-----	-----	-----	
229	30				
290	31				
331	42				
328	45				
349	57				
193	26				
271	45				
324	34				
237	36				
252	32				
L2(1)=36					

Steekproefgemiddelde (van het gewicht)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

NORMAL FLOAT AUTO α+βi DEGREE CL	
sum(L1)/36	277.7777778
mean(L1)	277.7777778

NORMAL FLOAT AUTO α+βi DEGREE CL	
1-Var Stats	
\bar{x}	=277.7777778
Σx	=10000
Σx^2	=2841614
Sx	=42.70704934
σx	=42.10971853
n	=36
minX	=193
↓Q1	=254.5

Standaardafwijking van een steekproef (van het volume)

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s = \sqrt{s^2}$$

NORMAL FLOAT AUTO α+βi DEGREE CL	
sum((L2-mean(L2))^2)/35	46.34285714
√(Ans)	6.807558824
stdDev(L2)	6.807558824

NORMAL FLOAT AUTO α+βi DEGREE CL	
1-Var Stats	
\bar{x}	=36.66666667
Σx	=1320
Σx^2	=50022
Sx	=6.807558824
σx	=6.712343522
n	=36
minX	=26
↓Q1	=31.5

De covariantie tussen twee grootheden

$$\text{cov}(x, y) = s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

NORMAL FLOAT AUTO α+βi DEGREE CL	
sum((L1-mean(L1))*(L2-mean(L2)))/35	211.4095238

De correlatie tussen twee grootheden

$$r(x, y) = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

NORMAL FLOAT AUTO α+β DEGREE CL	
sum((L1-mean(L1))*(L2-mean(L2)))→A	
	7399.333333
sum((L1-mean(L1))^2)→B	
	63836.22222
sum((L2-mean(L2))^2)→C	
	1622
A/√(B*C)	
	.7271660235

NORMAL FLOAT AUTO α+β DEGREE CL	
LinReg	
y=ax+b	
a=	.1159112033
b=	4.469110188
r²=	.5287704257
r=	.7271660235

4.3. Rekenen met vectoren

Gegeven:

$$\vec{a}(2, 3, 5)$$

$$\vec{b}(3, -1, 2)$$

Gevraagd:

- $\vec{a} + \vec{b}$
- $7\vec{a} - 4\vec{b}$
- $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- $\|\vec{a}\|$
- $\theta = \text{hk}(\vec{a}, \vec{b})$

Oplossing:

- $\vec{a} + \vec{b} = (x_a + x_b, y_a + y_b, z_a + z_b)$
- $7\vec{a} - 4\vec{b} = (7x_a - 4x_b, 7y_a - 4y_b, 7z_a - 4z_b)$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b$
- $\|\vec{a}\| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2}$
- $\cos \theta = \frac{x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2}}$

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP	
$\{2, 3, 5\} \rightarrow L_1$	$\{2 \ 3 \ 5\}$
$\{3, -1, 2\} \rightarrow L_2$	$\{3 \ -1 \ 2\}$
$L_1 + L_2$	$\{5 \ 2 \ 7\}$
$7L_1 - 4L_2$	$\{2 \ 25 \ 27\}$

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP	
$\text{sum}(L_1 L_2)$	13
$\sqrt{\text{sum}(L_1^2)}$	6.164414003

NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP	
$\frac{\text{sum}(L_1 L_2)}{\sqrt{\text{sum}(L_1^2)} * \sqrt{\text{sum}(L_2^2)}}$	0.5636214802
$\cos^{-1}(\text{Ans}) \rightarrow \text{DMS}$	55°41'36.171"

Antwoorden:

- $\vec{a} + \vec{b} = (5, 2, 7)$
- $7\vec{a} - 4\vec{b} = (2, 25, 27)$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 13$
- $\|\vec{a}\| = \sqrt{38} \approx 6,1644$
- $\theta = \text{hk}(\vec{a}, \vec{b}) = 55^\circ 41' 36''$

5. Rijen

5.1. Rekenen met rijen

Gegeven volgende rij

1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

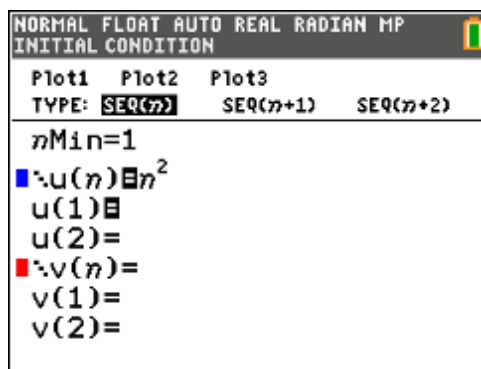
Gevraagd:

- $u(23)$
- visuele voorstelling van de rij
- $s(23)$

Oplossing:

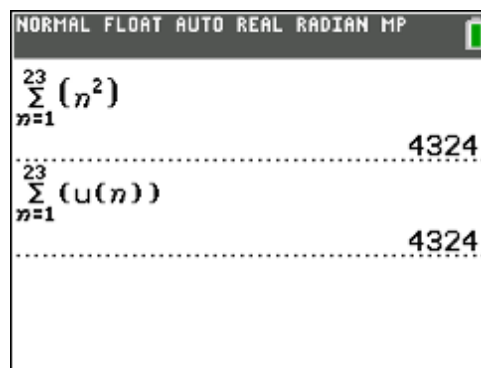
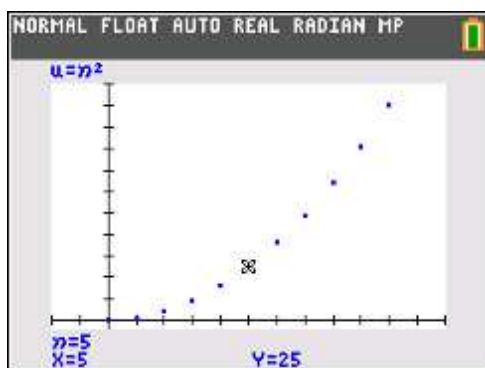
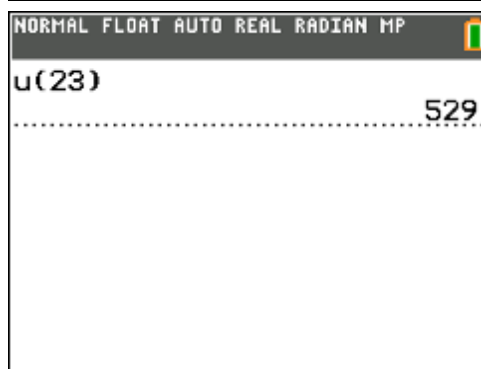
- rijen met expliciet voorschrift

$$u(n) = n^2$$



n	u(n)		
1	1		
2	4		
3	9		
4	16		
5	25		
6	36		
7	49		
8	64		
9	81		
10	100		
11	121		

n=1



- rijen met impliciet voorschrift

$$u(n) = u(n-1) + 2n - 1$$

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP				
Plot1	Plot2	Plot3		
TYPE: SEQ(n)	SEQ(n+1)	SEQ(n+2)		
nMin=1				
u(n)=u(n-1)+2n-1				
u(1)=1				
u(2)=				
v(n)=				
v(1)=				
v(2)=				
w(n)=				

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP				
PRESS + FOR ΔTb1				
n	u(n)			
1	1			
2	4			
3	9			
4	16			
5	25			
6	36			
7	49			
8	64			
9	81			
10	100			
11	121			
n=1				

5.2. Toepassing : discreet dynamische modellen

In oktober 2017 heeft een boomkweker 800 dennenbomen op zijn terrein staan. Elk jaar verkoopt hij 40% van deze bomen. Om de voorraad op peil te houden, plant hij elk jaar in november 500 nieuwe bomen. Hij plant meer dan dat hij verkoopt omdat er op zijn terrein plaats is voor 1500 bomen.

- Hoeveel bomen staan er één jaar later op het terrein? En twee jaar later?
- Onderzoek hoe het aantal bomen op dit terrein de volgende jaren evolueert.
- Staat het terrein na een tijd vol?
- Op een gegeven moment lijkt er een evenwicht te ontstaan. Hoeveel bomen staan er dan op het terrein van de boomkweker?

Het is niet eenvoudig om een direct verband te vinden tussen het aantal bomen A en de tijd t (in jaren). We kunnen $A(t)$ wel schrijven in functie van $A(t-1)$.

$$A(t) = 0,6 \cdot A(t-1) + 500$$

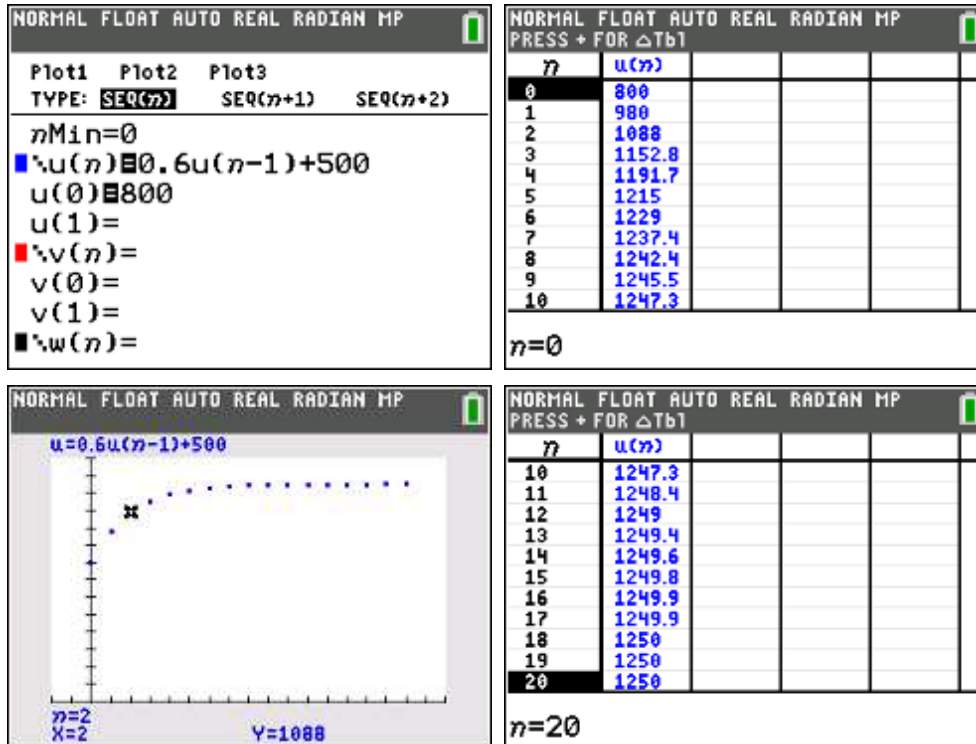
Samen met de beginwaarde $A(0) = 800$ geeft deze formule een model voor het verloop van het aantal dennenbomen op dit terrein. Het complete model voor het aantal bomen op dit terrein is dus:

$$\begin{cases} A(0) = 800 \\ A(t) = 0,6 \cdot A(t-1) + 500 \end{cases}$$

De tijd wordt hierin in vaste stappen van 1 jaar doorlopen. Men noemt zo'n model een discreet dynamisch model. Het woord 'dynamisch' slaat daarbij op de verandering. Het woord 'discreet' slaat op het feit dat het aantal bomen niet voortdurend verandert, maar met vaste tussenstappen. Het model houdt enkel

rekening met jaarlijkse momentopnames; wanneer de bomen in de loop van het jaar precies gekapt of bijgeplant worden, vertelt dit model niet.

De formule waarmee je de nieuwe waarde uitdrukt in functie van zijn voorganger, wordt een recurrente betrekking of recursief voorschrift genoemd.



Recurrente betrekkingen kan je gebruiken om iets over een evenwicht te weten te komen. Door voldoende door te rekenen vind je dat het aantal dennenbomen op het terrein naar een evenwicht evolueert: ongeveer 1250 bomen.

Een evenwicht betekent dat het aantal bomen niet meer verandert:

$$\begin{aligned}
 A(t) &= A(t-1) \\
 \Leftrightarrow A(t) &= 0.6A(t) + 500 \\
 \Leftrightarrow 0.4A(t) &= 500 \\
 \Leftrightarrow A(t) &= 1250
 \end{aligned}$$

5.3. Tijdgrafieken en webdiagrammen

In een discreet, dynamisch marktmodel onderzoekt men hoe de prijs, de gevraagde en de aangeboden hoeveelheid evolueren in de tijd. De tijd wordt opgevat als een discrete grootte. De prijs, de gevraagde hoeveelheid en de aangeboden hoeveelheid op een tijdstip n noteert men door p_n , respectievelijk v_n en a_n .

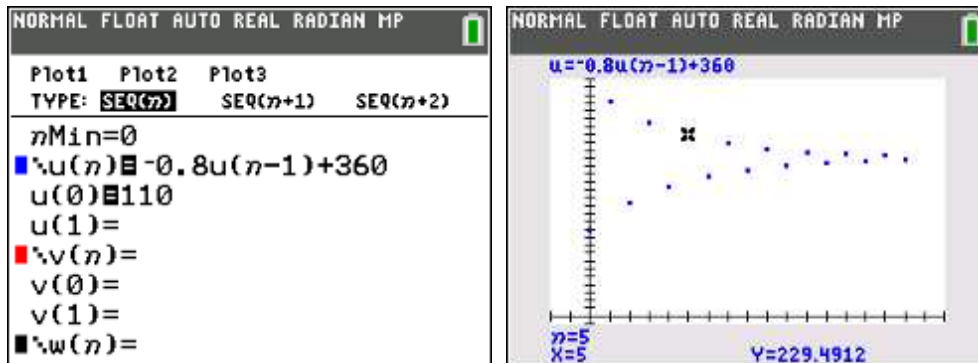
Veronderstel volgende situatie (vergelijkingen):

- vraagvergelijking: $v_n = 170 - 0,5p_n$
- aanbodvergelijking: $a_n = -10 + 0,4p_n$
- evenwichtsvergelijking: $v_n = a_n$
- beginwaarde: $p_0 = 110$

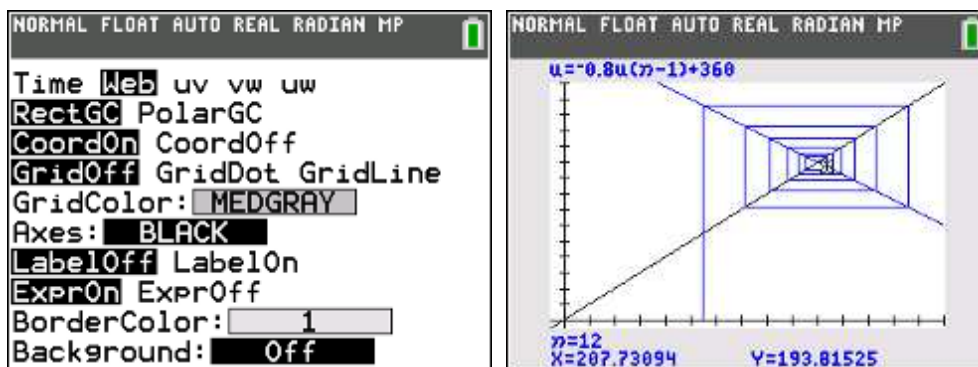
Door de vraagvergelijking en aanbodvergelijking in te vullen in de evenwichtsvergelijking, vinden we:

$$\begin{aligned} v_n &= a_n \\ \Leftrightarrow 170 - 0,5p_n &= -10 + 0,4p_{n-1} \\ \Leftrightarrow p_n &= -0,8p_{n-1} + 360 \end{aligned}$$

tijdgrafiek:



webdiagram:



evenwicht:

$$\begin{aligned} p_n &= p_{n-1} \\ \Leftrightarrow p_n &= -0,8p_n + 360 \\ \Leftrightarrow p_n &= 200 \end{aligned}$$

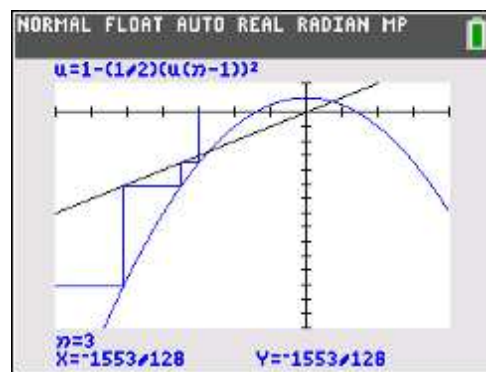
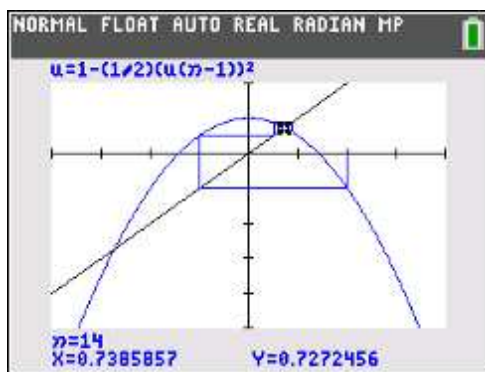
opgave 2

Bepaal de dekpunten van de iteratiefunctie $u(n) = 1 - \frac{1}{2}u^2(n-1)$.

oplossing:

Een dekpunt is een snijpunt van de grafiek van de functie $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$ met de rechte $y = x$.

$$\begin{aligned} x &= 1 - \frac{1}{2}x^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -1 \pm \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow x &\approx -2,732 \vee x \approx 0,732 \end{aligned}$$



$u(0) = 2$, het webdiagram spiraliseert naar het rechter dekpunt.

$u(0) = -3$, het webdiagram divergeert trapsgewijs weg van het linker dekpunt.

extra opgave

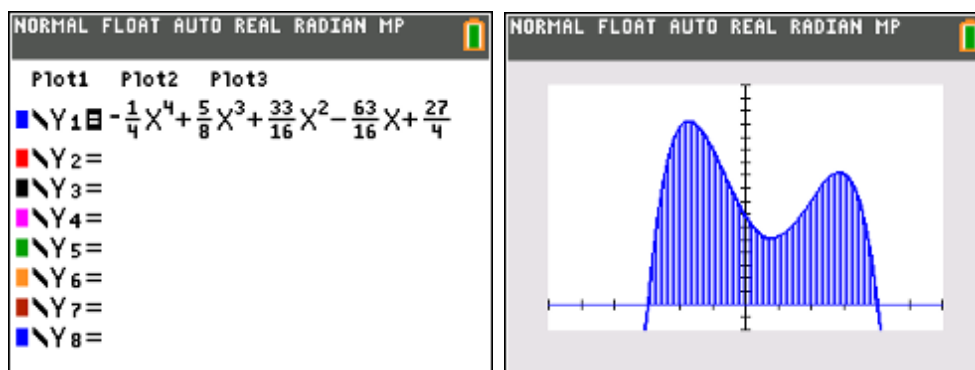
Bepaal de dekpunten van de iteratiefunctie $u(n) = u^2(n-1) - 1,9$. Neem als startwaarde $u(0) = 1,3$.

5.4. Numerieke integratie

Bereken de oppervlakte van het gebied ingesloten tussen de grafiek van de functie $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{8}x^3 + \frac{33}{16}x^2 - \frac{63}{16}x + \frac{27}{4}$ en de x-as.

Oplossing:

- grafische voorstelling van de gevraagde oppervlakte

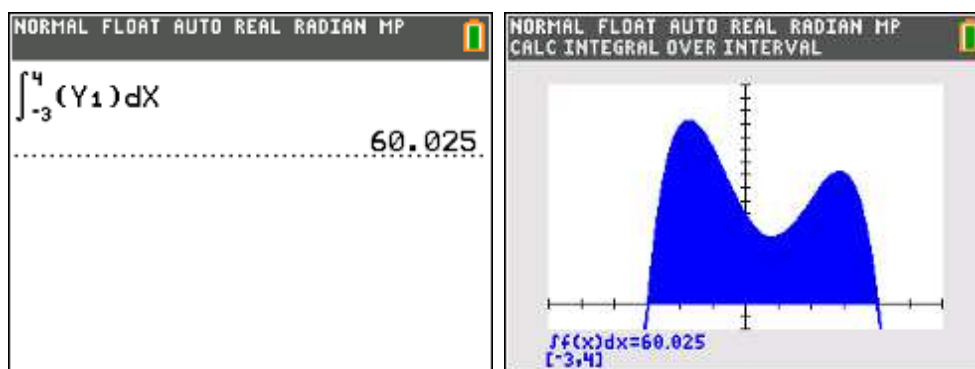


nulwaarden: -3 en 4

- berekenen van de gevraagde oppervlakte m.b.v. integralen

$$\begin{aligned} \int_{-3}^4 f(x) dx &= \int_{-3}^4 \left(-\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{8}x^3 + \frac{33}{16}x^2 - \frac{63}{16}x + \frac{27}{4} \right) dx \\ &= \left[-\frac{1}{20}x^5 + \frac{5}{32}x^4 + \frac{11}{16}x^3 - \frac{63}{32}x^2 + \frac{27}{4}x \right]_{-3}^4 \\ &= \frac{2401}{40} = 60,025 \end{aligned}$$

- berekenen van de gevraagde oppervlakte m.b.v. TI-84



- numerieke integratie : methode van de intervalmiddens

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$$x_i = a + \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta x$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n f\left(a + \left(i - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{b-a}{n}\right)\right) \cdot \left(\frac{b-a}{n}\right)$$

n = 10, 40, 100, 200, 400

HISTORY	NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
$\sum_{I=1}^{10} \left(Y_1 \left(-3 + \left(I - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{7}{10} \right) \right) * \frac{7}{10} \right)$	$\sum_{I=1}^{200} \left(Y_1 \left(-3 + \left(I - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{7}{200} \right) \right) * \frac{7}{200} \right)$
61.01316156	60.02750096
$\sum_{I=1}^{40} \left(Y_1 \left(-3 + \left(I - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{7}{40} \right) \right) * \frac{7}{40} \right)$	$\sum_{I=1}^{400} \left(Y_1 \left(-3 + \left(I - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{7}{400} \right) \right) * \frac{7}{400} \right)$
60.08747817	60.02562526
$\sum_{I=1}^{100} \left(Y_1 \left(-3 + \left(I - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{7}{100} \right) \right) * \frac{7}{100} \right)$	
60.03500294	

met de solver

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP SOLUTION IS MARKED *	NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP SOLUTION IS MARKED *
$S = \sum_{I=1}^N \left(Y_1 \left(A + \left(I - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{B-A}{N} \right) \right) * \frac{B-A}{N} \right)$	$S = \sum_{I=1}^N \left(Y_1 \left(A + \left(I - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{B-A}{N} \right) \right) * \frac{B-A}{N} \right)$
<ul style="list-style-type: none"> ▪ S=60.087478170169 X=4 A=-3 I=0 B=4 	<ul style="list-style-type: none"> ↑ H=-3 I=0 B=4 N=40 bound={-1E99,1E99} ▪ E1-E2=0
SOLVE	

6. Gebruik van Applicaties

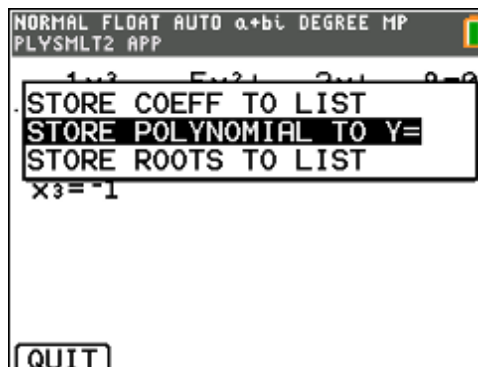
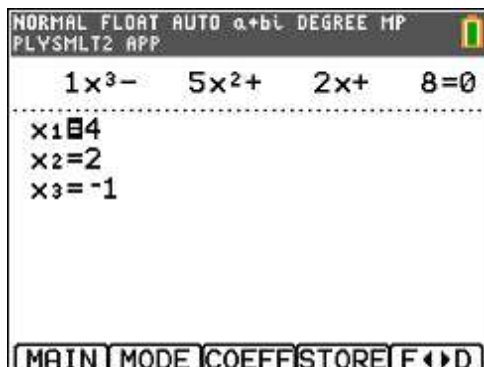
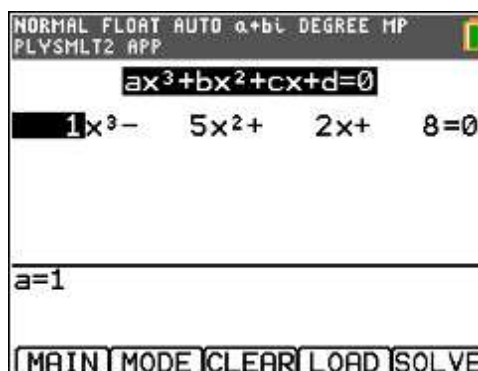
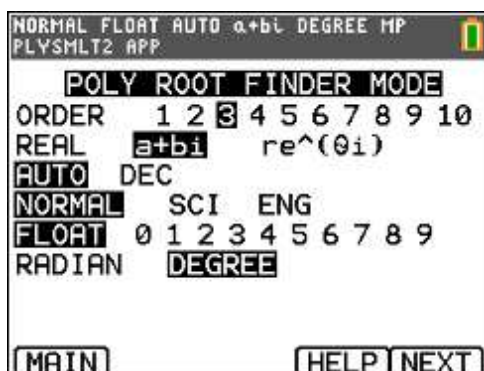
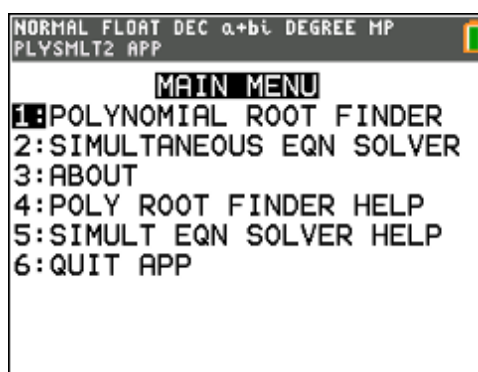
6.1. APP PlySmlt2

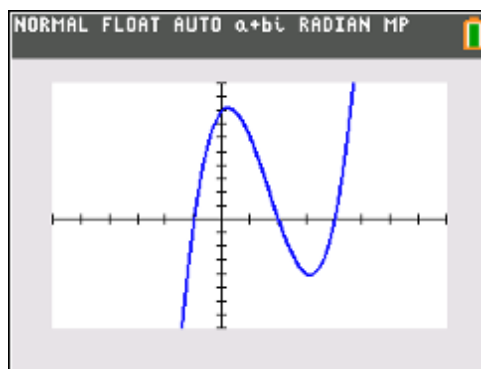
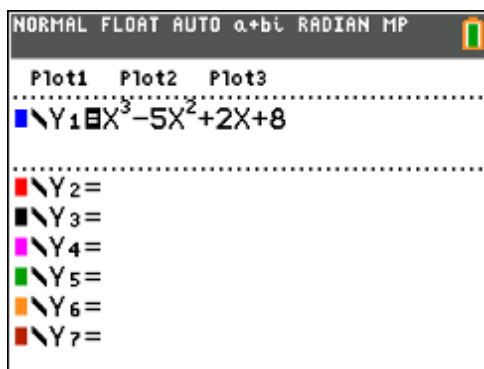
opgave 1

Splits volgende rationale breuk in partieelbreuken:

$$\frac{6x^2 - 2x - 38}{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}$$

noemer ontbinden:





besluit:

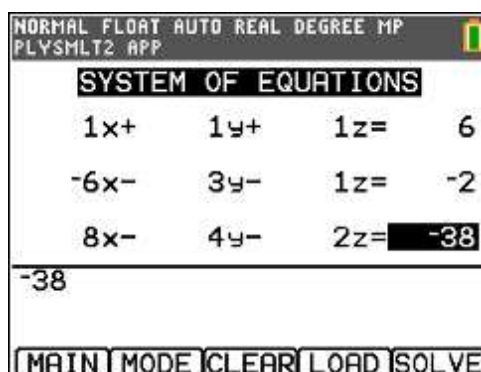
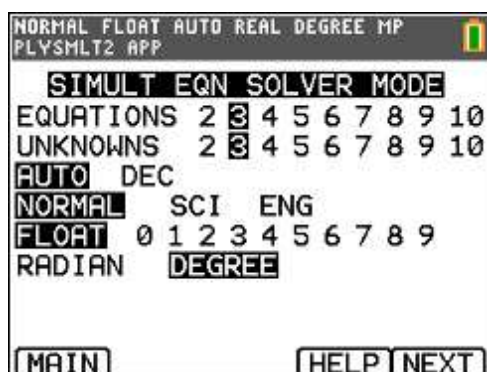
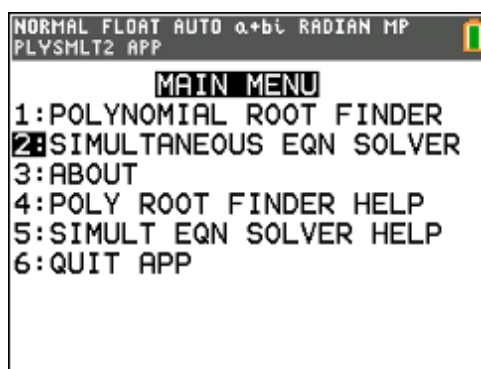
$$x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = (x+1)(x-2)(x-4)$$

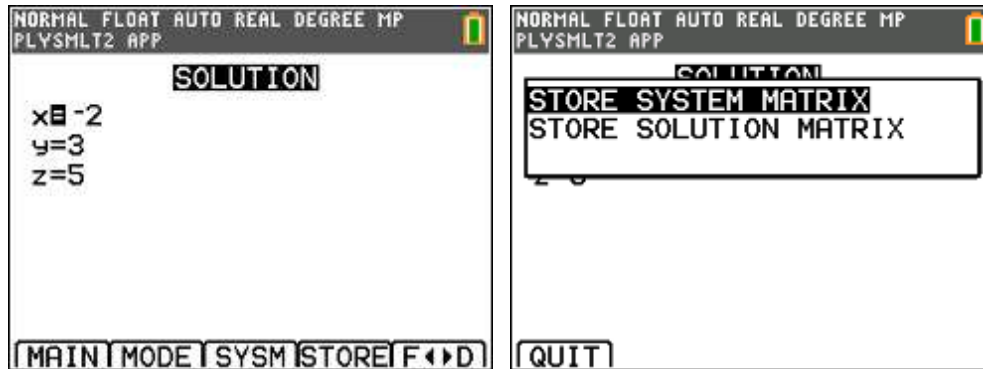
splitzen in partieelbreuken:

$$\begin{aligned} \frac{6x^2 - 2x - 38}{x^3 - 5x^2 + 2x + 8} &= \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-4} \\ &= \frac{(A+B+C)x^2 + (-6A-3B-C)x + (8A-4B-2C)}{(x+1)(x-2)(x-4)} \end{aligned}$$

waaruit:

$$\begin{cases} A+B+C=6 \\ -6A-3B-C=-2 \\ 8A-4B-2C=-38 \end{cases}$$





besluit:

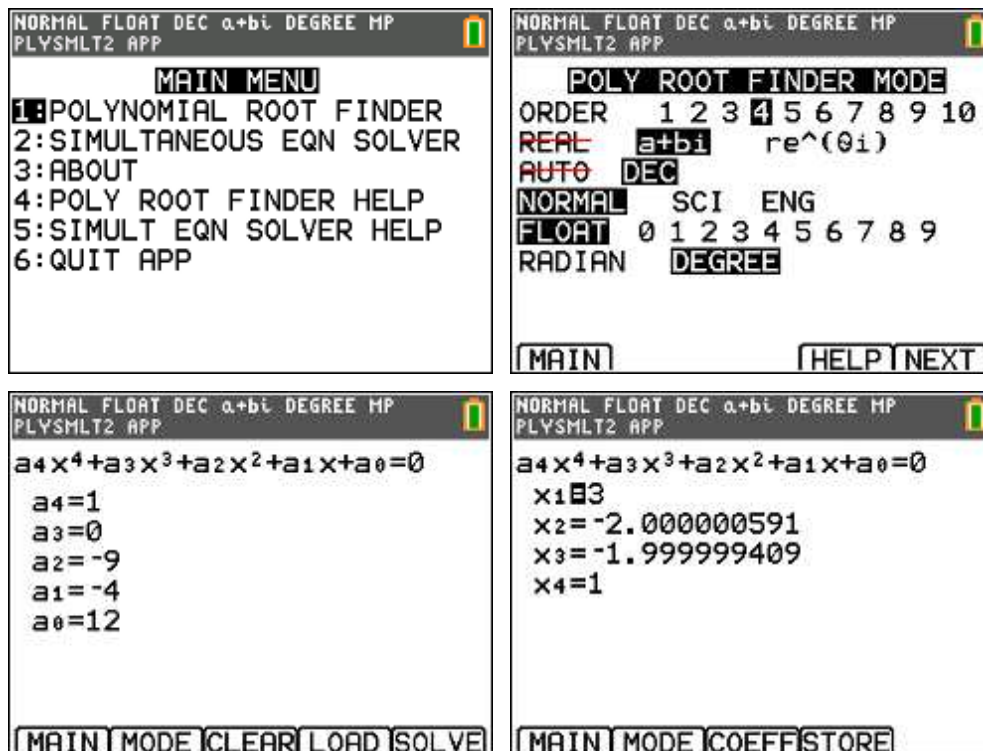
$$\frac{6x^2 - 2x - 38}{x^3 - 5x^2 + 2x + 8} = \frac{-2}{x+1} + \frac{3}{x-2} + \frac{5}{x-4}$$

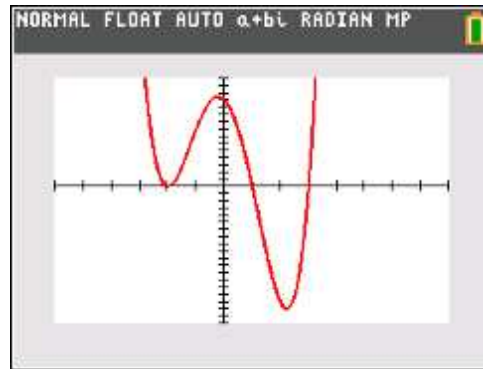
opgave 2

Splits volgende rationale breuk in partieelbreuken:

$$\frac{3x^3 + 4x^2 + 11x}{x^4 - 9x^2 - 4x + 12}$$

noemer ontbinden:





besluit:

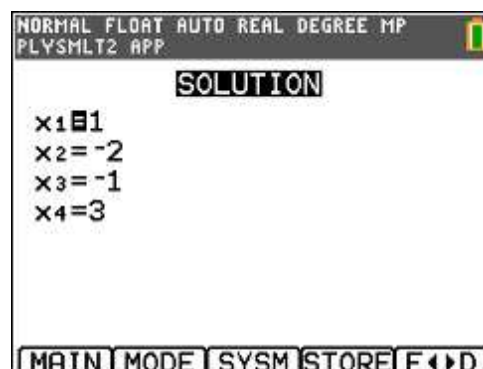
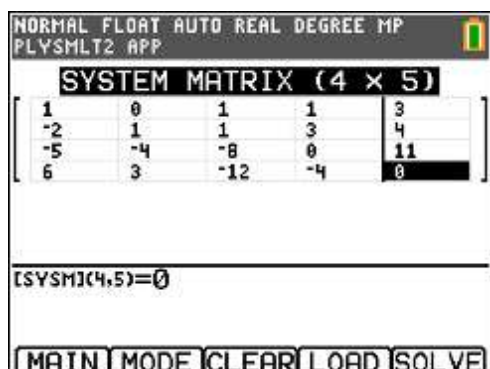
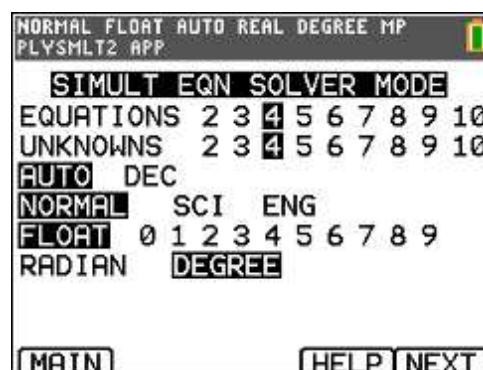
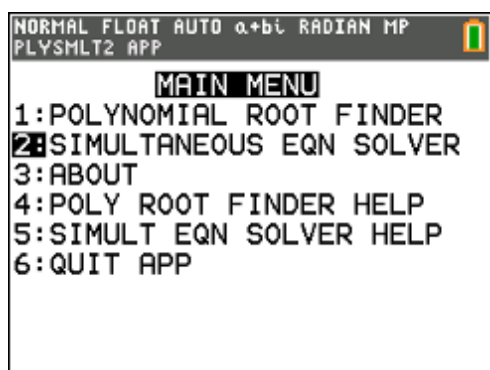
$$x^4 - 9x^2 - 4x + 12 = (x+2)^2(x-1)(x-3)$$

splitzen in partieelbreuken:

$$\begin{aligned} \frac{3x^3 + 4x^2 + 11x}{x^4 - 9x^2 - 4x + 12} &= \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{x-3} \\ &= \frac{(A+C+D)x^3 + (-2A+B+C+3D)x^2 + (-5A-4B-8C)x + (6A+3B-12C-4D)}{(x+2)^2(x-1)(x-3)} \end{aligned}$$

waaruit:

$$\begin{cases} A+C+D=3 \\ -2A+B+C+3D=4 \\ -5A-4B-8C=11 \\ 6A+3B-12C-4D=0 \end{cases}$$



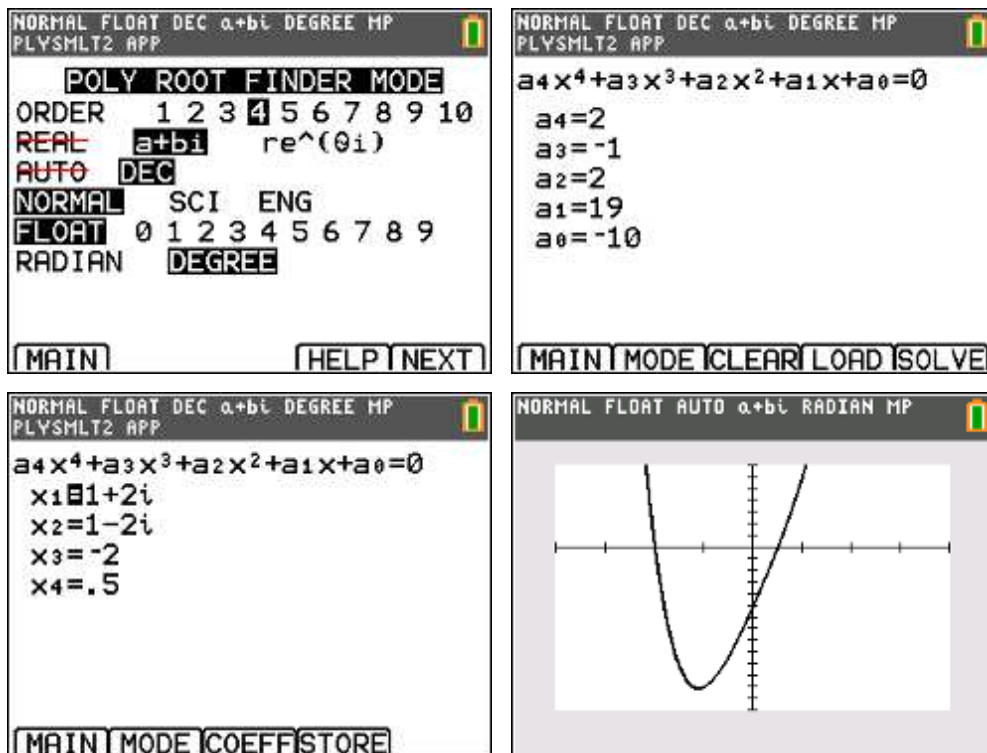
besluit:

$$\frac{3x^3 + 4x^2 + 11x}{x^4 - 9x^2 - 4x + 12} = \frac{1}{x+2} + \frac{-2}{(x+2)^2} + \frac{-1}{x-1} + \frac{3}{x-3}$$

opgave 3

Los op in \mathbb{C} :

$$2x^4 - x^3 + 2x^2 + 19x - 10 = 0$$

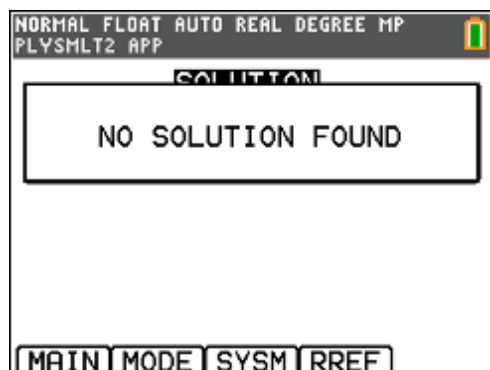
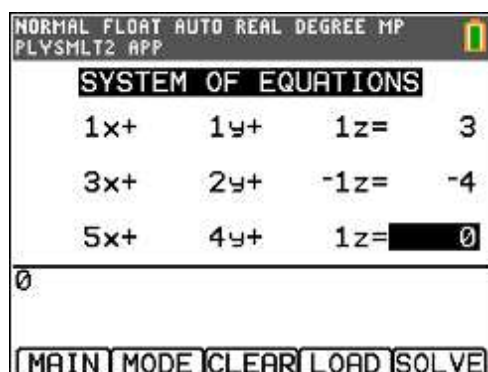
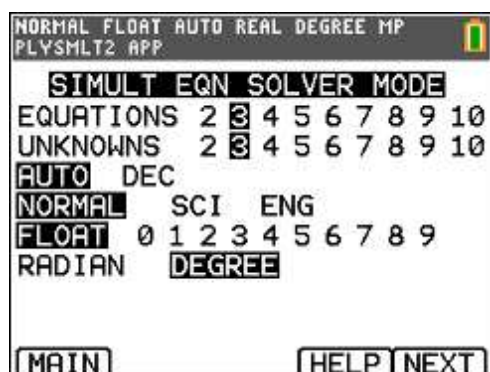


oplossing: $V = \left\{ -2, \frac{1}{2}, 1+2i, 1-2i \right\}$

opgave 4

Los op in \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2y - z = -4 \\ 5x + 4y + z = 0 \end{cases}$$

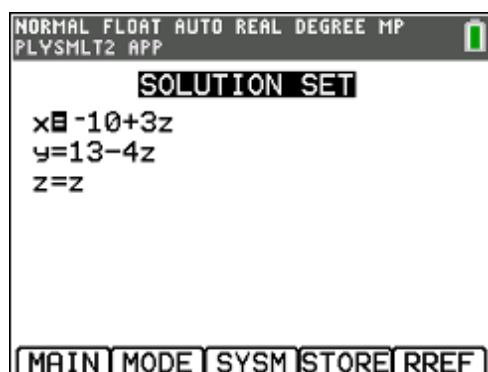
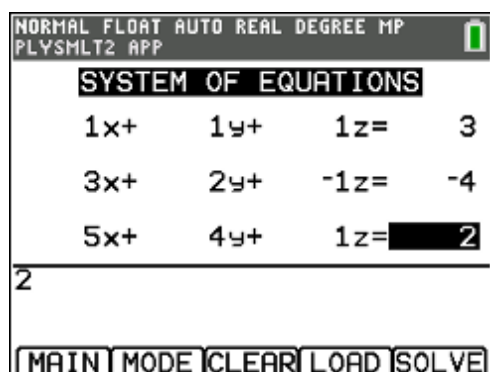


oplossing: $V = \emptyset$

opgave 5

Los op in \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2y - z = -4 \\ 5x + 4y + z = 2 \end{cases}$$



oplossing: $V = \{(-10 + 3\alpha, 13 - 4\alpha, \alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$

opgave 6

Los op in \mathbb{R}^4 :

$$\begin{cases} x + y + z + t = 4 \\ x + 2y + 3z - t = 11 \\ 2x + 3y + 4z = 15 \\ y + 2z - 2t = 7 \end{cases}$$

NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PLYSMLT2 APP					
SYSTEM MATRIX (4 × 5)					
1	1	1	1	4	
1	2	3	-1	11	
2	3	4	0	15	
0	1	2	-2	7	
[SYSM](1,1)=1					
MAIN MODE CLEAR LOAD SOLVE					

NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PLYSMLT2 APP					
SOLUTION SET					
x1 = -3 + x3 - 3x4					
x2 = 7 - 2x3 + 2x4					
x3 = x3					
x4 = x4					
MAIN MODE SYSM STORE RREF					

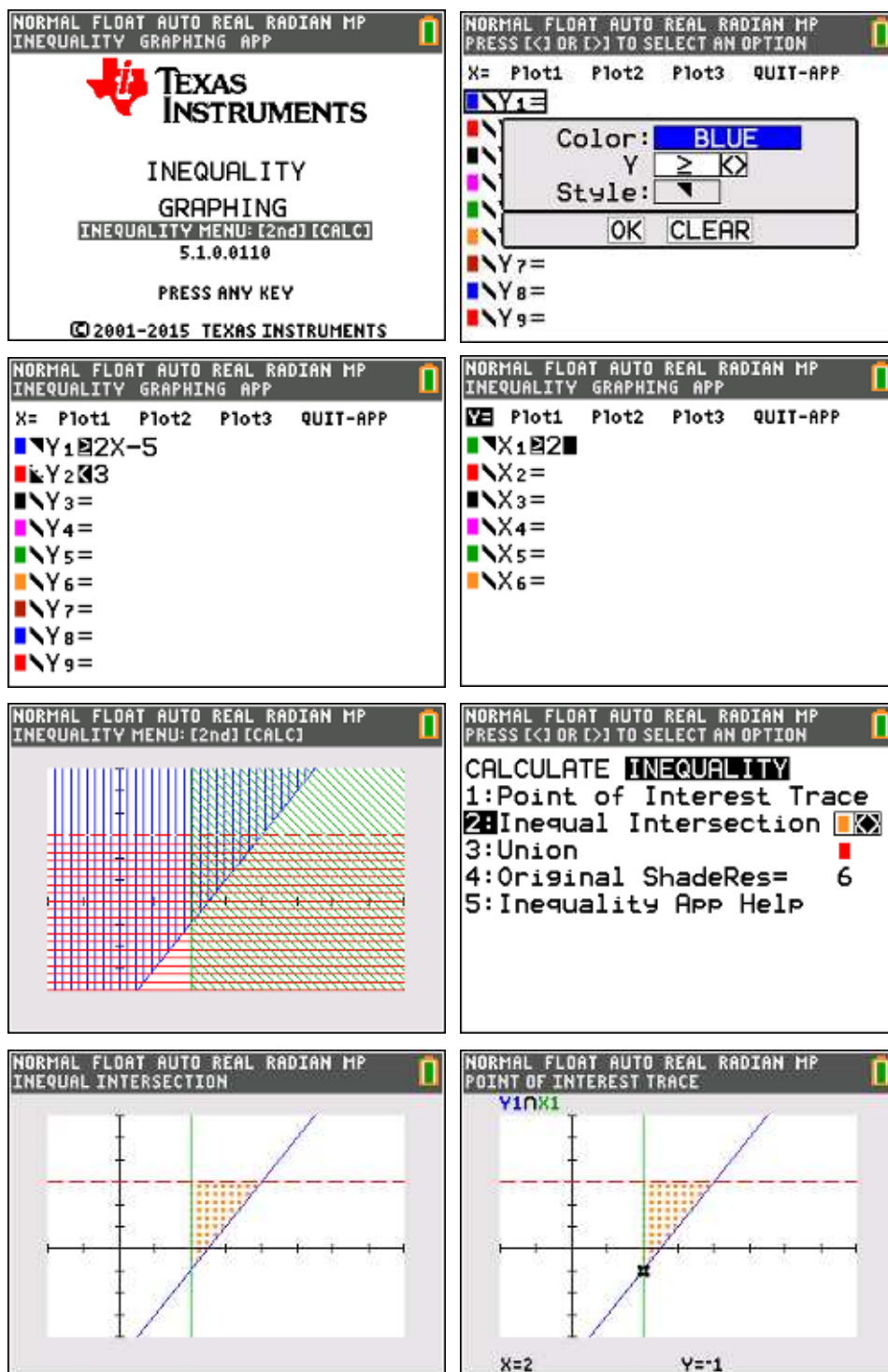
oplossing: $V = \{(-3 + \alpha - 3\beta, 7 - 2\alpha + 2\beta, \alpha, \beta) | \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$

6.2. APP Inequalz

opgave

Bepaal (arceer) in het vlak de punten die voldoen aan het stelsel ongelijkheden:

$$\begin{cases} y \geq 2x - 5 \\ y < 3 \\ x \geq 2 \end{cases}$$



toepassing : lineair programmeren

In een streek waar dikwijls natuurrampen voorkomen hebben de autoriteiten 2 soorten hulpgroepen gevormd :

- type A, bestaande uit 1 helikopter, 2 bulldozers en 6 secties hulppersoneel,
- type B, bestaande uit 2 helikopters, 1 bulldozer en 2 secties hulppersoneel.

Van het type A zijn 6 groepen beschikbaar en van het type B 8 groepen.

Bij een aardbeving verklaren de deskundigen dat er voor doeltreffende hulpverlening ten minste 7 helikopters, 8 bulldozers en 18 secties hulppersoneel nodig zijn.

Het inzetten van een A-groep kost 2 miljoen euro en van een B-groep 6 miljoen euro.

Hoeveel groepen van elke soort moet men inzetten om efficiënt hulp te bieden en toch de kosten voor de belastingbetaler zo laag mogelijk te houden ?

Oplossing

type	# heli's	# bulld.	# secties	kost (milj. euro)	# besch.
A	1	2	6	2	6
B	2	1	2	6	8
nodig	7	8	18	minimaal	

Wiskundige vertaling van het probleem

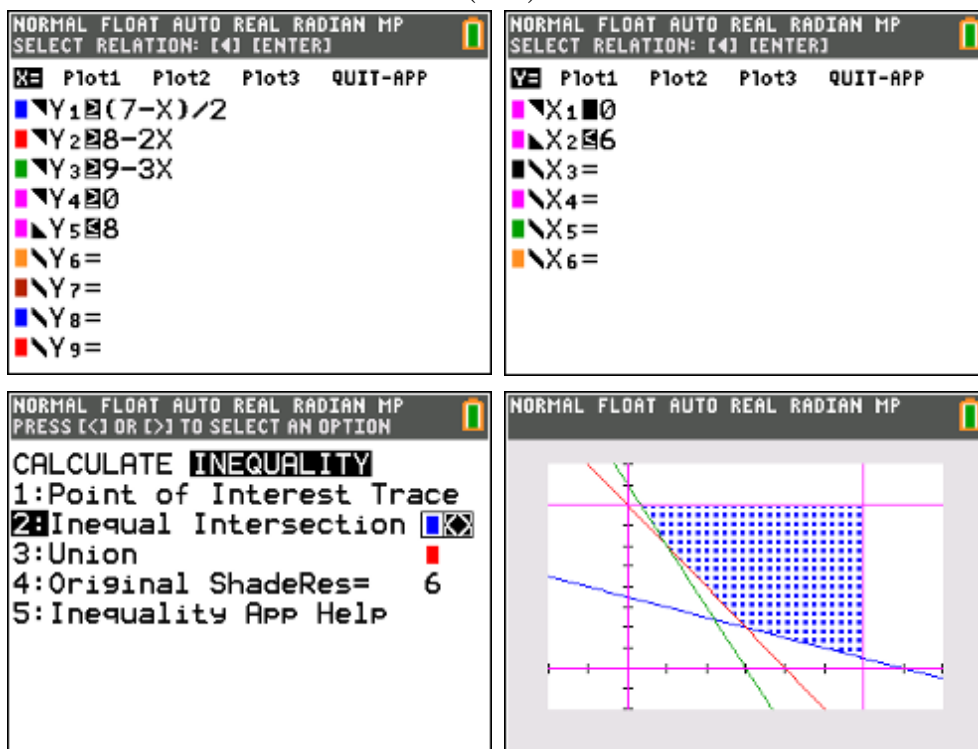
Stel :

x = aantal in te zetten groepen type A
 y = aantal in te zetten groepen type B

Randvoorwaarden:

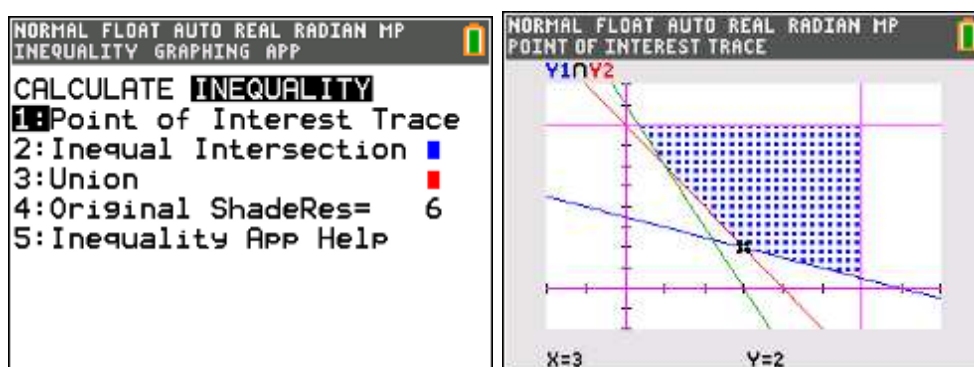
$$\begin{cases} x + 2y \geq 7 \\ 2x + y \geq 8 \\ 6x + 2y \geq 18 \\ 0 \leq x \leq 6 \\ 0 \leq y \leq 8 \end{cases}$$

Minimaliseer de kostenfunctie $K(x, y) = 2x + 6y$ onder deze randvoorwaarden.



De hoekpuntstelling

- Het toelaatbaar gebied is *convex*.
- Als er een optimale waarde van de doelfunctie bestaat, dan zal deze waarde optreden in één of meer van de hoekpunten van het toelaatbare gebied.
- Het optimum is *globaal* en niet slechts lokaal. M.a.w. het is de minimale (resp. maximale) waarde die de functie over gans zijn domein behaalt.
- De optimale oplossing is niet noodzakelijk uniek. Bovendien kunnen er optimale oplossingen zijn die niet samenvallen met een hoekpunt. In dat geval is er nog altijd minstens één optimale oplossing in een hoekpunt.
- Indien het optimale hoekpunt uit natuurlijke coördinaten moet bestaan en is dit niet zo, dan moeten we die punten met natuurlijke coördinaten opsporen die zo dicht mogelijke bij de optimale oplossing liggen. We spreken dan van een realiseerbare optimale oplossing.



hoekpunten:

$$(3,2) \quad (1,6) \quad (6,8) \quad \left(6,\frac{1}{2}\right) \quad \left(\frac{1}{3},8\right)$$

realiseerbare oplossingen:

$$(3,2) \quad (1,6) \quad (6,8) \quad (5,1) \quad (1,6)$$

Toepassing van de hoekpuntstelling

Uit de hoekpuntstelling volgt dat men de optimale oplossing kan bekomen door de getalwaarde van de doelfunctie te berekenen voor elk hoekpunt. De optimale oplossing is de coördinaat van het hoekpunt met de kleinste getalwaarde.

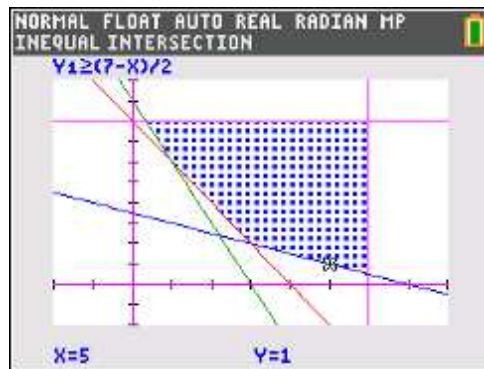
Voor het voorbeeld geeft dit :

$$K(3,2) = 6 + 12 = 18$$

$$K(1,6) = 2 + 36 = 38$$

$$K(6,8) = 12 + 48 = 60$$

$$K(5,1) = 10 + 6 = 16$$



De optimale oplossing is dus: 5 groepen type A en 1 groep type B.

6.3. APP Transfrm

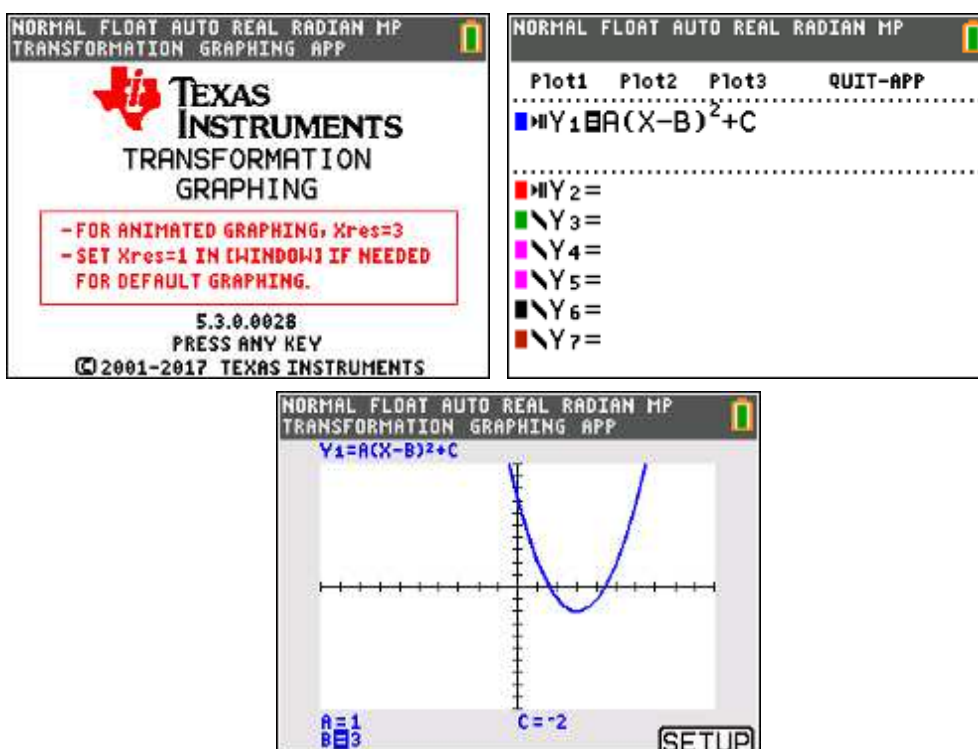
Met de applicatie “Transformation Graphing” kan je parameters gebruiken in functievoorschriften.

Je kan maximaal vier parameters (A, B, C en D) gebruiken in een of twee (dit is nieuw vanaf versie 5.3) voorschriften.

voorbeeld 1

Onderzoek de betekenis van de parameters A, B en C in volgende algemene vergelijking van een parabool (met as evenwijdig aan de y-as):

$$y = A(x - B)^2 + C$$

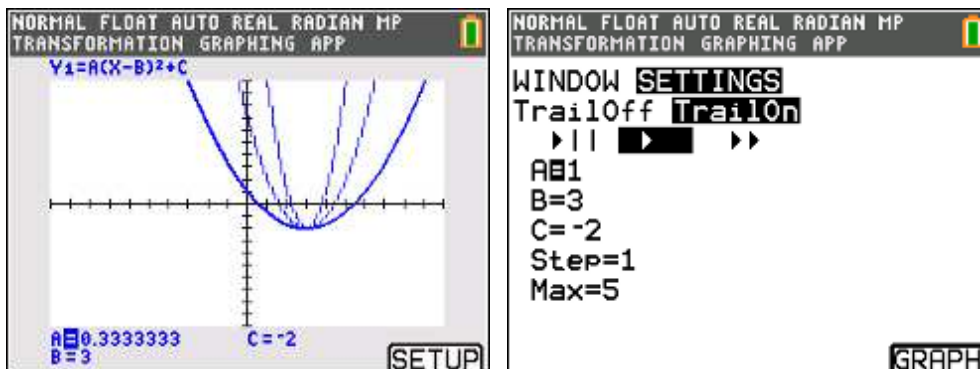


Zet de cursor op een parameter (pijlje omhoog of omlaag) en verander de waarde via de pijltjes links (verminderen) of rechts (vermeederen).

Klik op Setup (graph / f5)



Met TrailOn plot je GRM meerdere grafieken op het scherm.



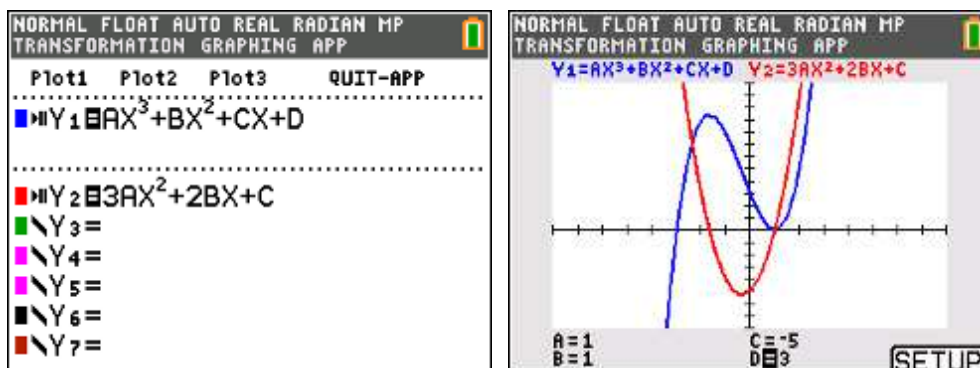
Met de pijltjes krijg je verschillende grafieken (filmpje) na elkaar te zien. Je geeft aan welke parameter je wenst te veranderen (met beginwaarde), je geeft de stepwaarde en maximumwaarde in en druk dan op GRAPH (f5).

voorbeeld 2

Teken de grafiek van de functie f en zijn afgeleide functie.

$$f(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

$$f'(x) = 3Ax^2 + 2Bx + C$$



andere voorbeelden

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP

Plot1 Plot2 Plot3 QUIT-APP

$Y_1 = A \sin(B(X-C)) + D$

$Y_2 =$

$Y_3 =$

$Y_4 =$

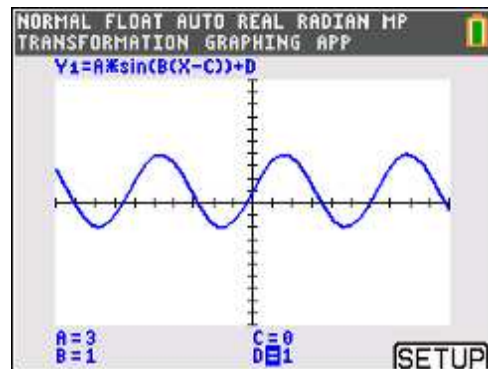
$Y_5 =$

$Y_6 =$

$Y_7 =$

$Y_8 =$

$Y_9 =$



NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
TRANSFORMATION GRAPHING APP

Plot1 Plot2 Plot3 QUIT-APP

$Y_1 = A \sin(B(X-C)) + D$

$Y_2 = D - A$

$Y_3 =$

$Y_4 =$

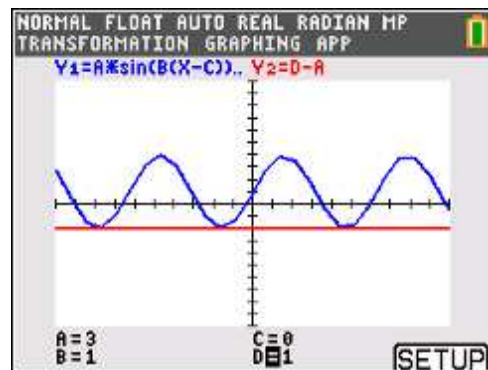
$Y_5 =$

$Y_6 =$

$Y_7 =$

$Y_8 =$

$Y_9 =$



NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
TRANSFORMATION GRAPHING APP

Plot1 Plot2 Plot3 QUIT-APP

$Y_1 = A B^X + C$

$Y_2 =$

$Y_3 =$

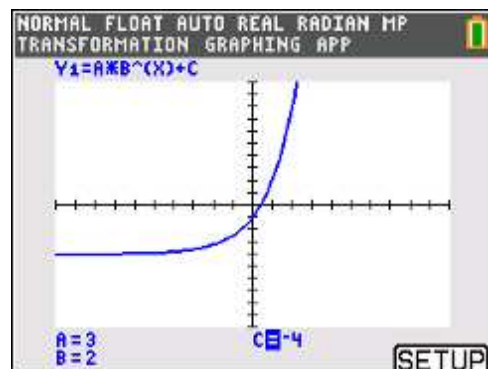
$Y_4 =$

$Y_5 =$

$Y_6 =$

$Y_7 =$

$Y_8 =$



NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
TRANSFORMATION GRAPHING APP

Plot1 Plot2 Plot3 QUIT-APP

$Y_1 = \log_{\text{BASE}}(X-B) + C$

$Y_2 =$

$Y_3 =$

$Y_4 =$

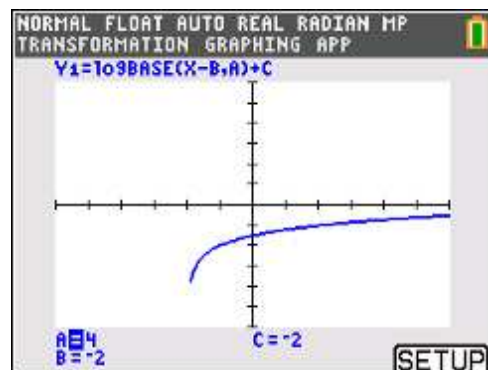
$Y_5 =$

$Y_6 =$

$Y_7 =$

$Y_8 =$

$Y_9 =$



7. Weetjes

7.1. Getaltheorie

De studie van (gehele) getallen, de getaltheorie, is één van de oudste takken van de wiskunde. Reeds eeuwenlang is het een gebied met een grote aantrekkingskracht bij tal van wiskundigen die zich het hoofd breken over allerlei problemen met getallen.

Google maar even naar één van volgende items:

kleine stelling van Fermat, laatste stelling van Fermat, stelling van Wilson, stelling van Euler, stelling van Bézout, Chinese reststelling, perfecte & bevriende getallen, Mersennegetallen, Pythagorese drietallen, p-adische getallen, het vermoeden van Goldbach, het vermoeden van Collatz, het vermoeden van Legendre, het vermoeden van Gilbreath, het vermoeden van Erdős-Straus, het vermoeden van Andrica, diofantische vergelijkingen, vergelijking van Pell, RSA & cryptografie, ...

Onder het menu “MATH NUM” vind je enkele functies uit de getaltheorie.

ggd en kgv

GGD vinden we bij “Math Num 9:gcd”, KGV bij “Math Num 8:lcm”.

NORMAL FLOAT AUTO a+bi DEGREE MP	NORMAL FLOAT AUTO a+bi DEGREE MP
MATH NUM CMPLX PROB FRAC	gcd(72,108)
1:abs(36
2:round(lcm(72,108)
3:iPart(216
4:fPart(
5:int(
6:min(
7:max(
8:lcm(
9:gcd(

modulorekenen

De rest en het quotiënt na (euclidische) deling van a door n in \mathbb{N} worden respectievelijk gegeven via “Math Num 0:remainder” en “Math Num 3:iPart”.

M.a.w. $a = q.n + b$

Dan is $q = \text{iPart}(a / n)$

$b = \text{remainder}(a, n)$

Voorbeeld: $23 = 4.5 + 3$

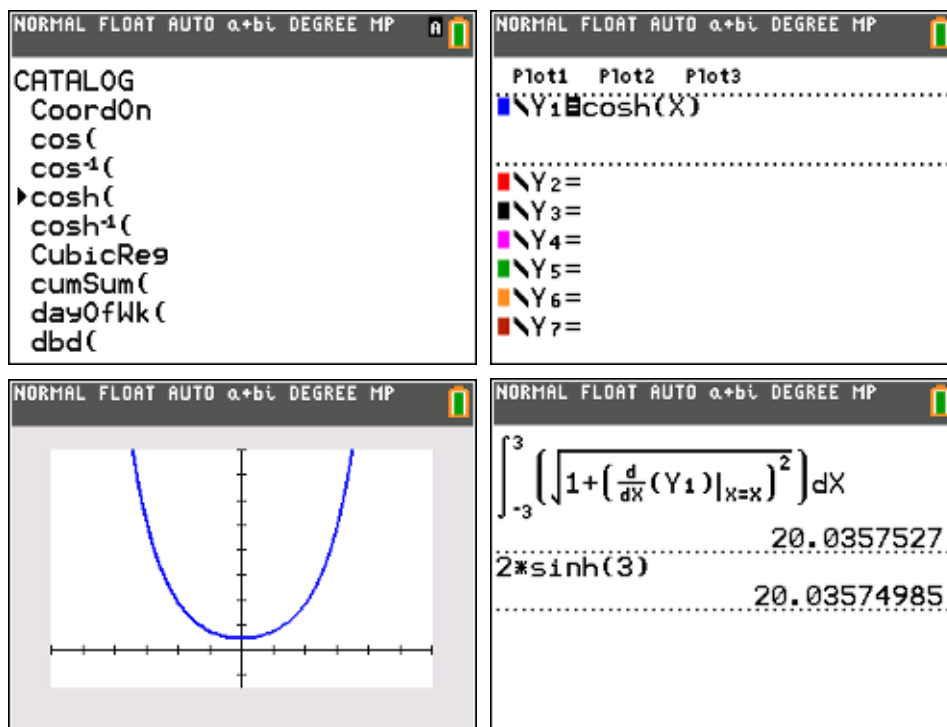
NORMAL FLOAT AUTO a+bi DEGREE MP
iPart(23/5)
4
remainder(23,5)
3

7.2. Hyperbolische functies (Catalog)

Bereken de booglengte van de grafiek van f als $f(x) = \cosh(x)$ met $x \in [-3, 3]$

oplossing:

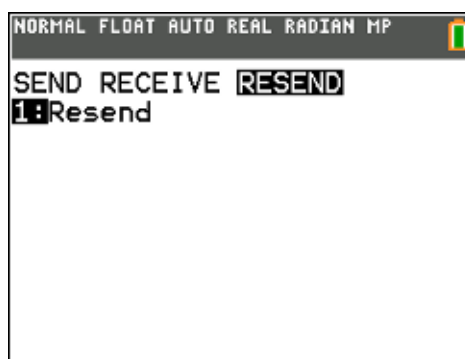
De functie cosinushyperbolicus (cosh) vind je op de TI-84 via “2nd catalog”.



$$s = \int_{-3}^3 \sqrt{1 + y'^2} dx = \int_{-3}^3 \sqrt{1 + \sinh^2 x} dx = \int_{-3}^3 \cosh x dx = [\sinh x]_{-3}^3 \approx 20$$

7.3. Resend

Met de optie Resend onder het menu 2nd Link kan je sneller bestanden overzetten op meerdere rekentoestellen.



7.4. Examenstand

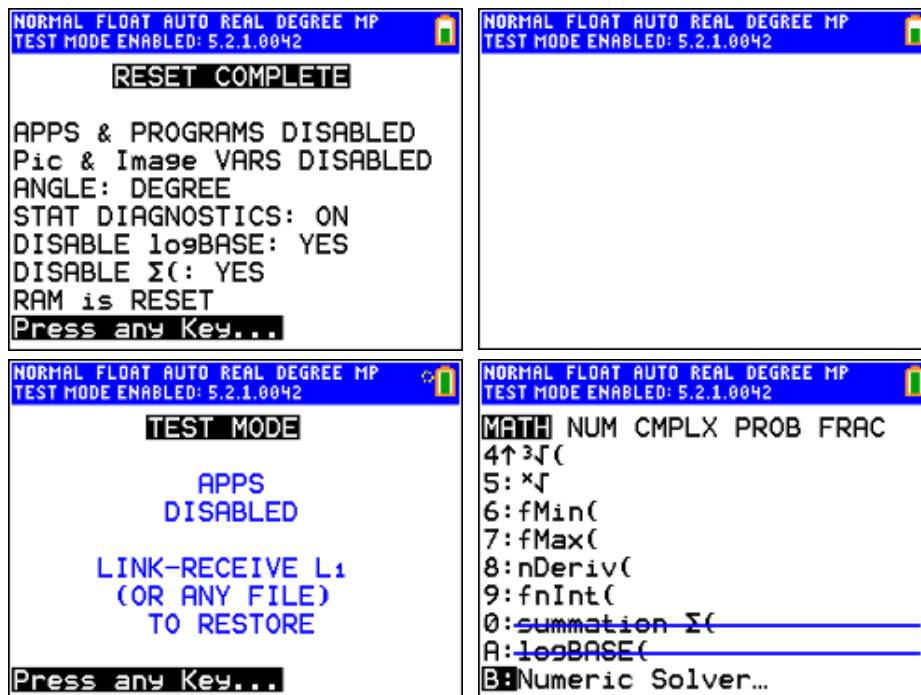
De examenstand schakelt apps en programs tijdelijk uit en maakt alle plaatsen leeg waar iets kan staan, zoals lijsten, $Y=...$, variabelen en de solver. Enkel de app 'Finance' blijft toegankelijk.

Examenstand inschakelen:

- Schakel je TI-84 Plus CE-T uit
- Druk tegelijkertijd op "pijlje links" en "pijlje rechts", houd deze ingedrukt en druk dan op ON
- Druk op "Zoom" (OK) om de examenstand in te schakelen.

Examenstand controleren:

- De bovenste strook van het scherm is blauw en er staat op de tweede regel "Test Mode Enabled"
- Aan de bovenzijde van de GRM knippert een groen lampje
- Druk op APPS (of PRGM), er verschijnt "APPS (of PRGMS) HAVE BEEN DISABLED". De app Finance is toegestaan.



Examenstand uitschakelen:

- Verbind je toestel met een ander TI-84 toestel (alle modellen kunnen) met een USB-kabeltje. Een of beide modellen mogen in de examenstand staan.
- Stuur (2nd link send transmit) van op de ene TI-84 "iets" (bvb. een lijst) naar de andere TI-84 (2nd link recieve).
- Beide toestellen gaan uit de examenstand.

7.5. PRGM (APP) HUB

Als je gaat programmeren vind je onder de knop prgm het menu HUB. Dit menu bevat de programmacodes nodig om te communiceren met de TI-Innovator.

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
CTL I/O COLOR EXEC HUB
1:Send("SET...
2:Send("READ...
3:Settings...
4:Wait
5:Get(
6:eval(
7:Rover (RV)...
8:Send("CONNECT-Output...
9:Send("CONNECT-Input...
```



Philip Bogaert

TI-84 CE OS 5.3
oktober 2017