Loi binomiale

Enoncé

Une usine fabrique des stylos. On sait que 4% des stylos possèdent un défaut de fabrication.

L'entreprise confectionne des paquets contenant chacun 120 stylos.

Le fait qu'un stylo possède ou non un défaut de fabrication est indépendant des autres stylos.

On appelle X la variable aléatoire donnant pour un paquet le nombre de stylos qui possèdent un défaut de fabrication.

On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.

Crédit photo : www.pexels.com Javier gonzalez

1. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

2. Calculer les probabilités des événements suivants (à 10^{-3} près) :
   a. Obtenir 3 stylos défectueux dans le paquet.
   b. Obtenir strictement moins de 7 stylos défectueux dans le paquet.
   c. Obtenir 10 stylos défectueux ou plus.

3. Représenter graphiquement le nuage de points $(k, p(X = k))$. Pour quelle valeur de k la probabilité $p(X = k)$ est-elle la plus grande ?

4. Le directeur de l'entreprise souhaite pouvoir dire qu'il y a plus d'une chance sur dix qu'un paquet ne comporte aucun stylo défectueux. Peut-il le dire actuellement ? Et si les paquets ne comportaient que 55 stylos ?

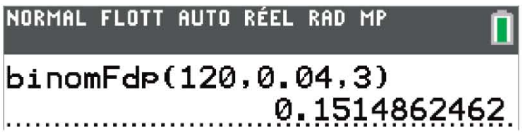
1. Paramètre de la loi

D'après l'énoncé « l'entreprise confectionne des paquets contenant chacun 120 stylos » et « 4% des stylos possèdent un défaut de fabrication ».

On sait que X suit une loi binomiale donc ses paramètres sont $n = 120$ et $p = 0{,}04$.

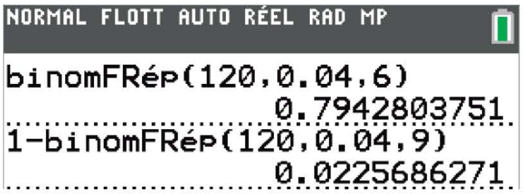
2. Calculs de probabilités

a. On cherche $p(X = 3)$. Pour calculer cette probabilité on appuie sur 2nde var (distrib) puis on sélectionne **binomFdp**. On complète la boite de dialogue par les valeurs de n et p puis la valeur de X recherchée.
Ici on obtient $p(X = 3) \approx 0{,}151$ à 10^{-3} près.

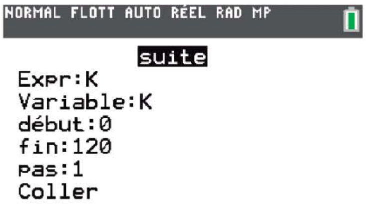


Pour avoir $p(X < 7) = p(X \leq 6)$ on utilise 2nde var (distrib) puis **binomFRép** et on complète la boite de dialogue avec les paramètres de notre loi.
On trouve $p(X < 7) \approx 0{,}794$.

Pour calculer la probabilité d'obtenir 10 stylos défectueux ou plus il faut calculer $p(X \geq 10) = 1 - p(X < 10) = 1 - p(X \leq 9) \approx 0{,}023$.

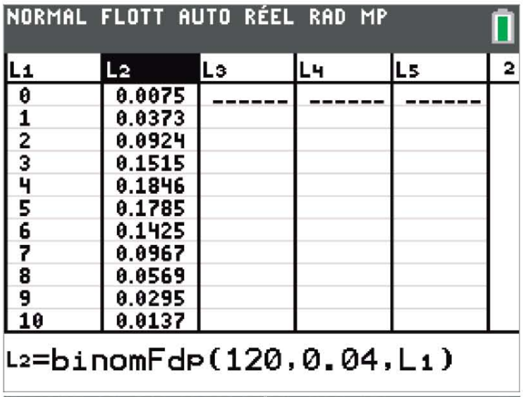


3. Nuage de points



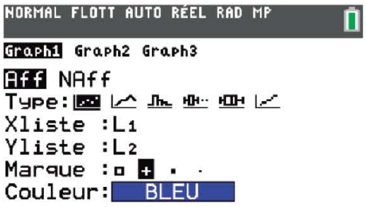
Pour afficher ce nuage de points, on commence par construire la liste **L₁** avec toutes les valeurs entières de k de 0 à 120.
On utilisera l'instruction **suite** accessible dans (2nde stats **OP**) :

L1=suite(K,K,0,120,1)

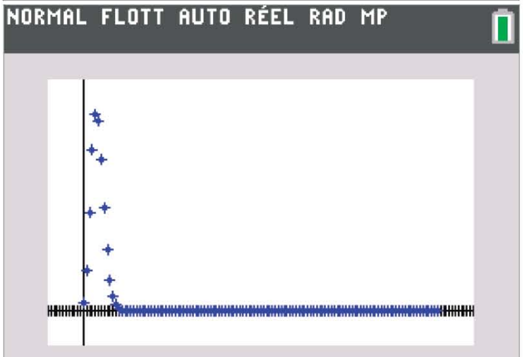


Dans L_2 on entrera les probabilités $p(X = k)$ correspondantes à l'aide de **binomFdp** accessible dans 2nde var (distrib) **binomFdp**. Ne pas oublier de mettre L_1 comme valeur de **x** dans la boite de dialogue :

Puis on paramètre le graphique statistique en appuyant sur 2nde f(x) (graph stats) puis

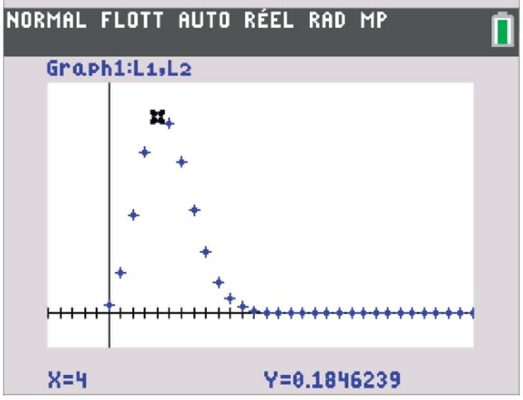


pour ajuster la fenêtre zoom 9 . On obtient le graphique ci-contre :



On peut améliorer la fenêtre d'affichage en appuyant sur fenêtre et choisir $-5 \leq X \leq 30$.

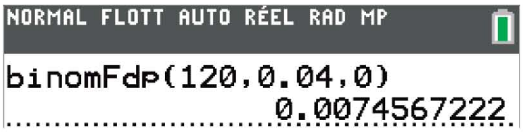
A l'aide de trace et en déplaçant le curseur on constate que la plus grande probabilité est atteinte pour $X = 4$.



4. La publicité du directeur

La probabilité qu'un paquet ne comporte aucun stylo défectueux est :

$p(X = 0) \approx 0{,}007$. On est loin d'une chance sur 10…



Par contre si les paquets contiennent 55 stylos alors la probabilité qu'un paquet ne comporte pas de stylo défectueux est $0{,}106$. L'affirmation du directeur sera vraie dans ce cas.