L. DIDIER & R. CABANE

Interpolation polynomiale

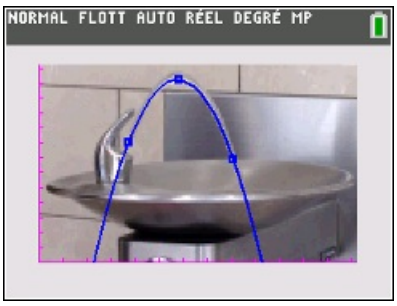
Interpolation par une fonction polynomiale du second degré

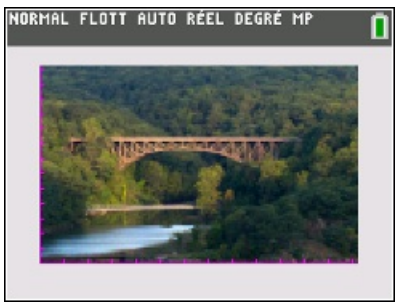
Dans le programme (spécialité Première)

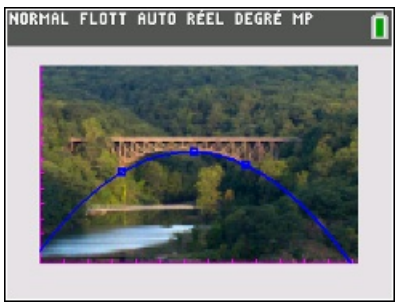
Contenus	**Capacités attendues**
Fonction polynôme du second degré donnée sous forme factorisée. Racines, signe, expression de la somme et du produit des racines. Forme canonique d'une fonction polynôme du second degré. Discriminant. Factorisation éventuelle. Résolution d'une équation du second degré. Signe.	Choisir une forme adaptée (développée réduite, canonique, factorisée) d'une fonction polynôme du second degré dans le cadre de la résolution d'un problème.

Situation déclenchante

Dans le menu [format] de la calculatrice, on peut afficher un arrière-plan (par ex. numéro 4 ou numéro 1) et choisir dans le menu [zoom], A :Zquadrant1. On obtient alors l'un des écrans ci-dessous à gauche.







Dans notre vie quotidienne nous observons régulièrement des situations pouvant être modélisées par des paraboles (images de droite). Comment déterminer la fonction polynomiale permettant une « interpolation »[1] du modèle ?

On appelle « portée » d'un pont la longueur au niveau de l'eau entre deux piliers du pont. Comment utiliser le modèle pour déterminer la portée du pont ?

1 Il s'agit d'une fonction polynomiale prenant des valeurs imposées en un certain nombre de points (trois points non alignés quand on impose que la fonction soit de degré 2).

Ce document est mis à disposition sous licence Creative Commons

© Texas Instruments 2021-2022 / Photocopie autorisée

L. DIDIER & R. CABANE

Buts à atteindre

1. Écrire un programme en langage Python prenant en entrée les coefficients d'un polynôme de degré 2 et renvoyant la liste des racines réelles de ce polynôme.
2. Utiliser la calculatrice pour réaliser une interpolation polynomiale de degré 2 à partir d'une photo.
3. Dans un programme Python, utiliser l'interpolation précédente pour déterminer la portée du pont au niveau de l'eau.

Ce document est mis à disposition sous licence Creative Commons

© Texas Instruments 2021-2022 / Photocopie autorisée

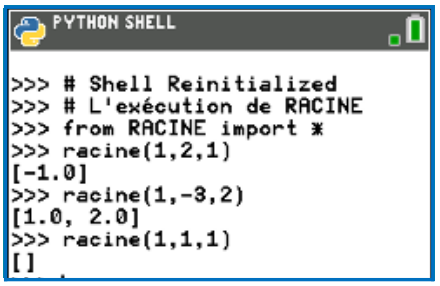
L. DIDIER & R. CABANE

Fiche méthode

Proposition de résolution

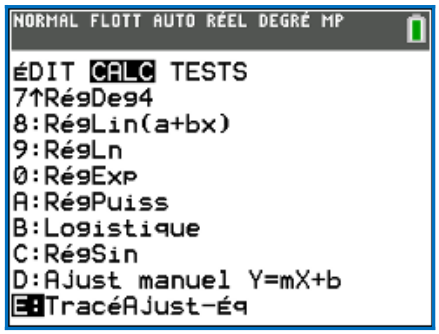
Pour atteindre l'objectif 1 :

Une fonction `racine` qui prend comme arguments trois nombres réels et qui renvoie la liste des racines réelles.



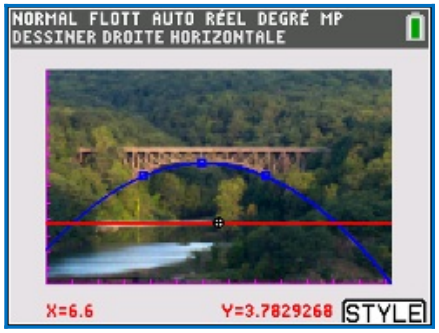
Pour atteindre l'objectif 2 :

Une fois l'affichage de la photo réalisé, à partir de l'écran graphique, appuyer sur la touche [stats], puis sélectionner la rubrique CALC, puis enfin le menu E:TracéAjust-Éq.



Pour atteindre l'objectif 3 :

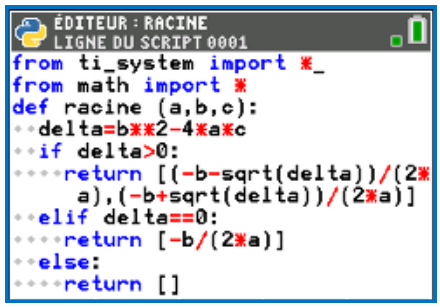
Une fois dans la fenêtre graphique, déterminer le niveau de l'eau avec le menu dessin (touche [2nde] puis [prgm]) et sélectionner 3:Horizontal. Régler ensuite le segment horizontal au bon endroit. Il faudra ensuite créer un script qui permette d'utiliser l'interpolation précédente et qui utilisera la fonction `racine()`.



Étapes de résolution

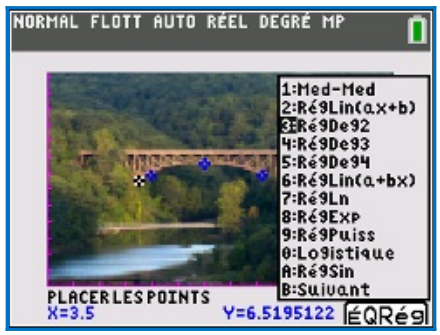
▶ Pour atteindre l'objectif 1 :

Attention à ne pas oublier l'instruction `from math import *` pour pouvoir utiliser la fonction « racine carrée » `sqrt`.



▶ Pour atteindre l'objectif 2 :

Une fois dans le menu E:TracéAjust-Éq placer trois points bien choisis puis sélectionner 3:RégDeg2 dans le menu ÉQRég. L'interpolation calculée apparaît au-dessus de la photo. Elle peut être stockée, en utilisant le menu STO, dans la fonction Y1 (fonction de la variable X), utilisable indépendamment de l'image.



Ce document est mis à disposition sous licence Creative Commons

© Texas Instruments 2021-2022 / Photocopie autorisée

▶ Pour atteindre l'objectif 3 :

La difficulté réside dans le fait que la fonction polynomiale d'interpolation est calculée à l'extérieur du module de programmation Python.

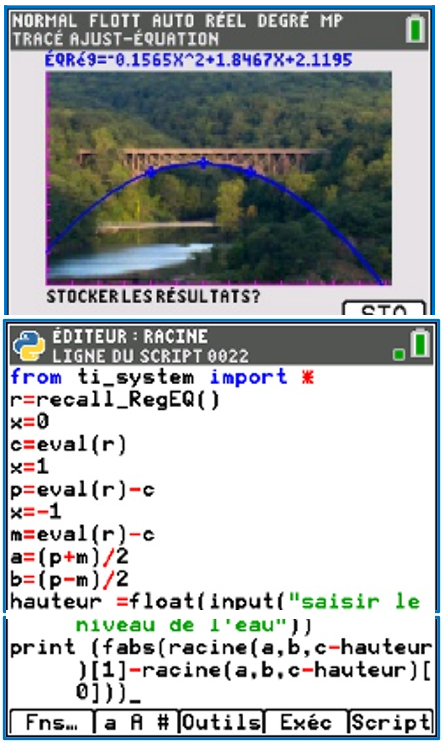
TI-83 Dans un script, nous allons devoir retrouver les coefficients du polynôme d'interpolation calculé précédemment. Les instructions suivantes :

```
from ti_system import *
r=recall_RegEQ()
x=0
c=eval(r)
```

Cette instruction ne peut pas être utilisée à l'intérieur d'une fonction, raison pour laquelle nous utiliserons ici les instructions *input* et *print* .

permettent de calculer l'image de 0 par la fonction polynomiale d'interpolation calculée à l'extérieur du module Python puis de stocker cette valeur dans la variable `c`.

En effectuant les mêmes opérations avec 1 et -1 on détermine les coefficients a, b, c du polynôme d'interpolation, car si $P(x)=ax^2+bx+c$ alors $P(1)=a+b+c$, $P(-1)=a-b+c$ et $b=\dfrac{P(1)-P(-1)}{2}$, etc.



Pour déterminer la longueur du pont au niveau de l'eau, il suffit de saisir le niveau de l'eau déterminé dans l'objectif 2, et de calculer l'écart entre les racines en utilisant le bon polynôme.

Prolongement possible

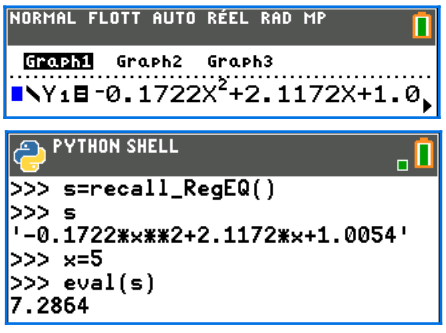
Imaginer une fonction réalisant une interpolation polynomiale de degré 2 à partir des coordonnées de 3 points.

Il s'agira ici dans un premier temps de résoudre à la main un système à 3 équations à 3 inconnues…

Les secrets …

La valeur retournée par `recall_RegEQ` est en fait une chaîne de caractères. Un petit exemple pour expliquer quelques mystères …

À la suite d'un processus comme indiqué précédemment, la fonction `Y1` a été initialisée comme il convient (interpolation du second degré sur trois points).



On récupère cette expression dans l'environnement Python, ici c'est le résultat de `recall_RegEQ` qui est rangé dans la chaîne de caractères `s`.

Pour que cela devienne une valeur, il faut affecter une valeur à `x` puis « évaluer » `s` par la fonction `eval()` (menu E/S dans l'éditeur Python).

Ce document est mis à disposition sous licence Creative Commons

© Texas Instruments 2021-2022 / Photocopie autorisée