

## Énoncé

Un centre de loisirs d'une station balnéaire du sud de la France, propose de prendre une carte d'abonnement annuelle de 140 €, commune à la discothèque et au cinéma.

À la discothèque, l'entrée sans réduction est de 15 € et l'abonnement donne droit à une réduction de 40 %. Au cinéma, l'entrée sans réduction est de 8 € et l'abonnement donne droit à une réduction de 50 %. Soit  $x$  le nombre annuel d'entrées à la discothèque et  $y$  le nombre annuel d'entrées au cinéma. On note  $A$  les dépenses annuelles effectuées par un utilisateur pour la discothèque et le cinéma avec la carte d'abonnement,  $B$  les dépenses annuelles sans carte d'abonnement. Enfin, on pose  $E = B - A$ .

1. Comparer  $A$  et  $B$  si l'utilisateur effectue 12 entrées à la discothèque et 15 entrées au cinéma.
2. a. Exprimer  $A$ ,  $B$  et  $E$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
  - b. Pour quelles valeurs du couple  $(x; y)$  a-t-on  $E = 0$  ? Qu'est-ce que cela représente dans notre situation ?
  - c. Représenter dans un repère l'ensemble des points  $M(x; y)$  du plan pour lesquels la carte d'abonnement est rentable.



Crédit photo : [www.pexels.com](http://www.pexels.com) – Edoardo Tommasini

## 1. Comparaison

Sans la carte d'abonnement, l'utilisateur dépense  $12 \times 15 = 180$  € pour la discothèque et  $15 \times 8 = 120$  € pour le cinéma soit des dépenses annuelles de  $B = 180 + 120 = 300$  €.

Si l'achète la carte d'abonnement d'un montant de 140 € il dépensera  $180 \times \left(1 - \frac{40}{100}\right) = 108$  € pour la discothèque et  $120 \times \left(1 - \frac{50}{100}\right) = 60$  € pour le cinéma soit des dépenses annuelles de  $A = 140 + 108 + 60 = 308$  €.

On obtient  $B \leq A$  donc dans ce cas, il est plus économique pour l'utilisateur de ne pas acheter la carte d'abonnement.

## 2.a. Cas général

Tout d'abord  $B = 15x + 8y$  et puisque nous savons qu'une baisse de 40% correspond à multiplier par un coefficient de 0,6 et qu'une baisse de 50% correspond à multiplier par un coefficient de 0,5 on obtient  $A = 140 + (15 \times 0,6)x + (8 \times 0,5)y = 140 + 9x + 4y$ .

Ainsi  $E = B - A = (15x + 8y) - (140 + 9x + 4y) = 6x + 4y - 140$ .

On retrouve alors avec  $x = 12$  et  $y = 15$  que  $E = -8$  soit une économie de 8 € sans acheter la carte d'abonnement.

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP	
$12*15+15*8$	300
$180*(1-0.4)$	108
$120*(1-0.5)$	60
$6*12+4*15-140$	-8

