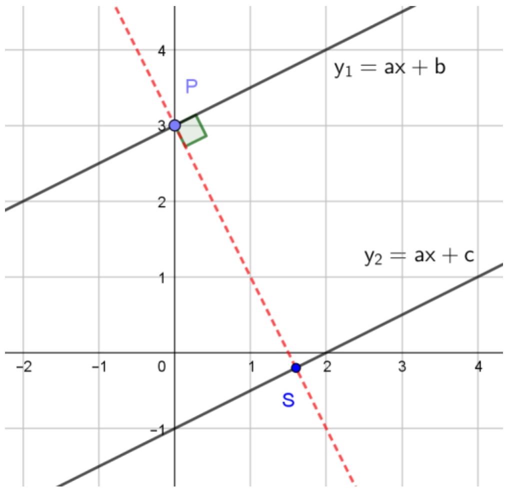
Bepaal afstand tussen twee evenwijdige lijnen (exact).



Gegeven de lijnen:
$y_1 = a * x + b$ met daarop punt $P(0, b)$
$y_2 = a * x + c$

Om de afstand te bepalen maken we een loodlijn op y_1 door P en snijden die met lijn y_2
De richtingscoëfficiënt $rc2$ van de lijn loodrecht op y_1 en y_2 vinden we via:

$rc1 * rc2 = -1$ geeft: $rc2 = \frac{-1}{rc1} = \frac{-1}{a}$ (met $a \neq 0$)

Loodlijn: $y3 = \frac{-1}{a} * x + b$ Bepaal het punt S door te snijden met y_2.

$$\frac{-1}{a} * x + b = a * x + c$$
$$x\left(a + \frac{1}{a}\right) = b - c$$

$x = \frac{(b-c)}{(a+\frac{1}{a})} = \frac{(b-c)a}{(a^2+1)}$, noem dit verder x_s

Weer invullen in lijn $y2$ geeft de y –waarde van het snijpunt S:

$y = a * (\frac{(b-c)a}{(a^2+1)}) + c = \frac{(b-c)a^2}{(a^2+1)} + c$,noem dit verder y_s.

Snijpunt is dus: $S\left(\frac{(b-c)a}{(a^2+1)}, \frac{(b-c)a^2}{(a^2+1)} + c\right)$

Afstand bepalen:
$d(P, S) = \sqrt{(0 - x_S^2) + (b^2 - y_S^2)}$

Dit is eenvoudig in de GR programmeren. Invoer nodig van:

- a de richtingscoëfficiënt van de twee evenwijdige lijnen.
- b de startwaarde van lijn 1
- c de startwaarde van lijn 2

Het is handig van te voren het window goed in te stellen dan komt de plot mooi uit.

Program:AFSTLEXA

```
Disp "BEPAAL DE EXACTE AFSTAND"
Disp "BIJ TWEE EVENWIJDIGE"
Disp "LIJNEN"
Disp "Y1=AX+B"
Disp "Y2=AX+C"
Disp "MET A≠0 EN B>C"
Prompt A,B,C
If A=0                              Als A=0, dan andere aanpak.
Then
Goto W
Else
If B<C                              Voor juiste uitkomst moet B>C zijn.
Then
Goto Z
Else
A(B-C)/(A²+1)→K
A²(B-C)/(A²+1)+C→L
K²+(B-L)²→M
√(M)→N
Disp "XS=",K▸Frac                   x- en y-waarden snijpunt S.
Disp "YS=",L▸Frac
Disp "AFSTAND=√(",M▸Frac            Zo kun je de exacte afstand geven.
Disp "=",N▸Frac
Pause
Goto P
Stop
Lbl W
abs(B-C)→O                          Bij A=0 is afstand eenvoudig te bepalen.
Disp "AFSTAND=",O▸Frac
Stop
Lbl P                               Het juist instellen window moet je zelf
PlotsOff                            doen.
FnOff
ZSquare                             Zo zie je lijnen echt loodrecht op elkaar.
GridLine                            Zet achtergrond plot op Gridlijn.
"AX+B"→Y1
"AX+C"→Y2
Line(0,B,K,L)                       Plot stukje van de loodlijn.
Pt-On(K,L,2)                        Punt S als stip zichtbaar.
Stop
Lbl Z
Disp "JE HEBT DE WAARDEN"           Tekst bij foute invoer B en C.
Disp "VAN B EN C FOUT"
Stop
```

Voorbeeld algebraïsch:

Gegeven $y1 = \frac{1}{2}x + 3$ en $y2 = \frac{1}{2}x - 1$.
Bepaal de afstand tussen de twee lijnen.

Lijn loodrecht op $y1\ en\ y2$ door $P(0{,}3)$ is $y3 = -2x + 3$
Snijden met $y2$ geeft:

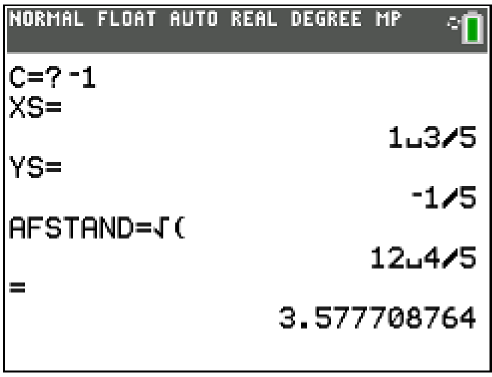
$-2x + 3 = \frac{1}{2}x - 1$

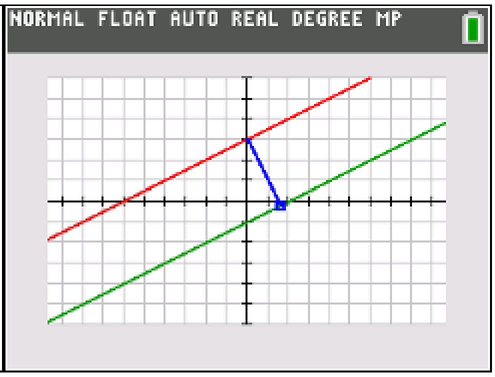
$2\frac{1}{2}x = 4$

$x_s = 1\frac{3}{5}$ en $y_s = -\frac{1}{5}$, dus snijpunt $S\ (1\frac{3}{5}, -\frac{1}{5})$

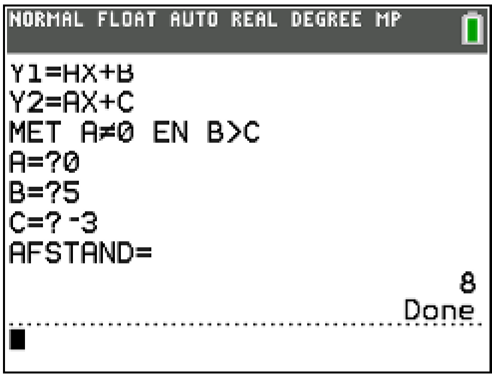
$$d(P,S) = \sqrt{\left(0 - 1\tfrac{3}{5}\right)^2 + \left(3 - -\tfrac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{12\tfrac{4}{25}}$$

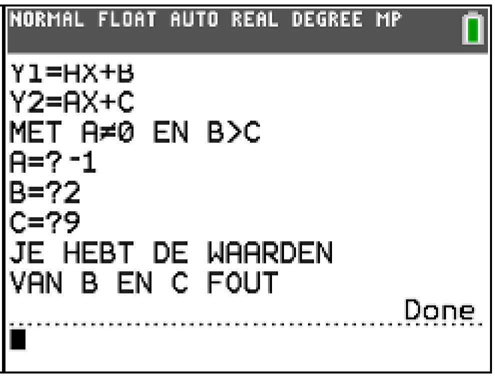
Nu dezelfde opgave met de GR:





Antwoord na invoer $A = 0{,}5; B = 3; C - 1$. Plot is voor visualisatie van probleem.



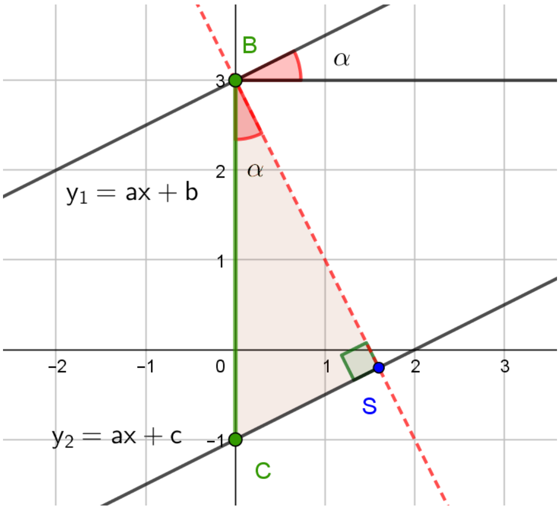


VB: a=0

VB : Volgorde B en C verkeerd

<u>**Opmerking bij de gekozen berekeningen:**</u>

Het algebraïsch bepalen van de afstand kan sneller als je niet een exact antwoord hoeft geven en ook geen interesse hebt in de coördinaten van het snijpunt S.
(zie ook tekening hiernaast)



Voor hoek α geldt: $\alpha = \tan^{-1}(a)$

In driehoek BCS geldt: $\frac{BS}{BC} = cos\alpha$

Combineren van de twee uitdrukkingen geeft een snelle formule voor het bepalen van de afstand BS:

$$BS = BC \times \cos(\tan^{-1}(a))$$

$$BS = (b - c) \times \cos(\tan^{-1}(a))$$

Ook dit is te programmeren in je GR, maar dat laat ik hier achterwege.
Het voorbeeld van zojuist is ook op deze snelle maar minder exacte manier bepaald.