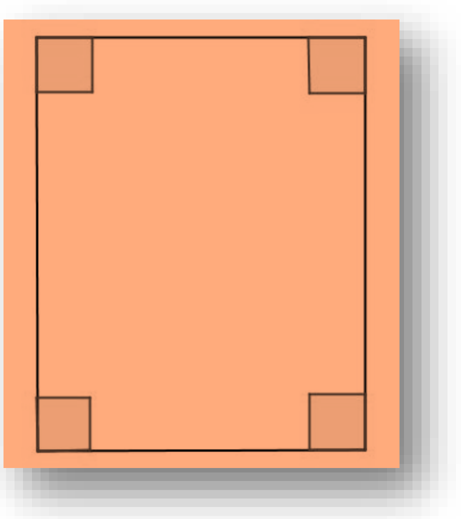
Att tillverka en låda med största möjliga volym

Du har ett stycke tjockt papper med formaten 20 cm x 25 cm och vill tillverka en låda med rektangulär botten genom att klippa bort lika stora kvadrater från de fyra hörnen och därefter vika upp de fyra sidorna i lådan. Se nedanstående schematiska bild!



Hur stor sida ska en sådan kvadrat ha för att lådan ska få så stor volym som möjligt?

Starta med att tillverka en låda enligt beskrivningen ovan för att bilda dig en uppfattning om hur du ska utföra beräkningen av volymen. Använd sedan TI-Nspires listhanterare för att utföra ett stort antal beräkningar där du startar med att klippa bort kvadrater med sidan 0,5 cm och fortsätt beräkningen i steg om 0,5 cm så länge det är tillämpbart.

I de båda närliggande kolumnerna beräknar du hur stora sidorna blir i den blivande basytan av din låda. Slutligen beräknar du volymen av lådan i nästa kolumn.

Rita sedan ett spridningsdiagram med längden av kvadratens sida som *x*-värden och volymen som *y*-värden.

Extra: Kalla kvadratens sida för x och tänk efter hur långa de båda sidorna i basytan blir. Skriv upp ett uttryck som visar hur volymen beror av x. Rita denna funktion. Hur stor blir den maximala volymen?

Starta ett nytt dokument och infoga en sida med Lis tor & Kalkylblad. Skriv in talen 0,5 och 1 i cellerna A1 respektive A2. Markera sedan cell A1 och A2, högerklicka och välj sedan *Fylla*. Markera ned till rad 20 och tryck på enter. Då får du en lista 0,5 till 10. Döp denna lista till Sida_1.

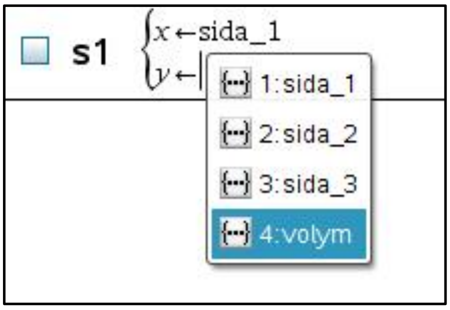
Det finns andra sätt att skapa denna lista men detta är det enklaste sättet.

Fortsätt sedan enligt skärmsidan nedan. Du skapar alltså värden för sida_2, sida_3 och volymen med formler.

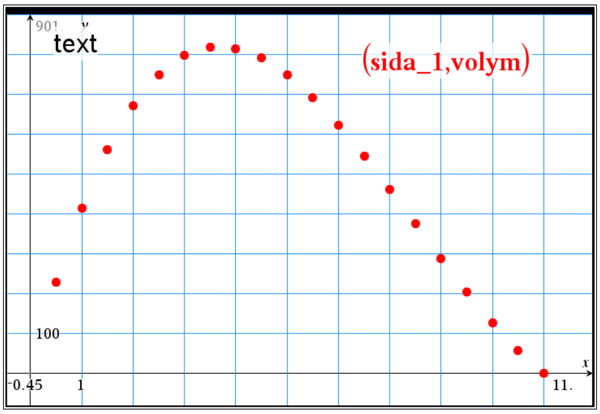
	A sida_1	B sida_2	C sida_3	D volym	E
=		=20−2*sida_1	=25−2*sida_1	=sida_1*sida_2*sida_3	
1	0.5	19.	24.	228.	
2	1	18	23	414	
3	1.5	17.	22.	561.	
4	2.	16.	21.	672.	
5	2.5	15.	20.	750.	
6	3.	14.	19.	798.	
7	3.5	13.	18.	819.	
8	4.	12.	17.	816.	
9	4.5	11.	16.	792.	
10	5.	10.	15.	750.	
11	5.5	9.	14.	693.	

D1 =228.

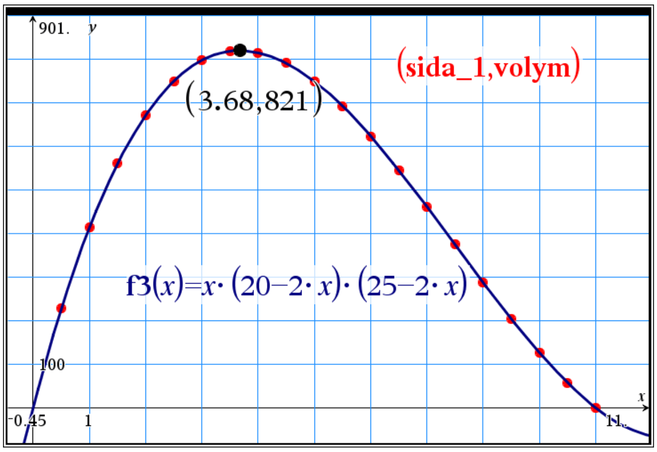
Öppna nu en grafsida i dokumentet och rita ett *spridningsdiagram* (punktdiagram) med sida 1 som *x*-variabel och Volym som *y*-variabel. När du öppnar inmatningssidan ser det ut så här. Du klickar in variabler genom att klicka på knappen



Med en bra fönsterinställning kan du nu få diagrammet nedan. Det finns ett Zoom-verktyg som heter *Passning* som brukar fungera bra.



Byt sedan till graftypen Funktion och skriv in den funktion som bestämmer hur volymen beror av kvadratens sida, som nu kallats för x. För att vägleda eleverna, om det behövs, för diskussionen med dem vad de gjorde med värdena i kolumn A för att beräkna kolumn B i termerna ”20 minus två gånger det som står i kolumn A”, där det står diskreta värden. Erfarenhetsmässigt är detta en enklare väg att leda eleverna och att överbrygga problemen att införa en variabel *x*. Fortsätt eventuellt resonemanget för kolumn C och D om det skulle behövas. I sista bilden framgår resultatet av en trace-markör på grafen. Störst volym, 820 cm^3, får vi med en sida i kvadraten, som är cirka 3,7 cm.



Fördjupad undersökning med derivata (Kurs 3)

Bestäm derivatan av funktionen f1(x) och bestäm sedan derivatans nollställen. Bestäm funktionsvärdet för det värde på *x* som ger maximal volym.

Nedan har vi genomfört beräkningarna med TI-Nspires CAS-verktyg.

$$\mathrm{f1}(x) \blacktriangleright 2\cdot x\cdot(x-10)\cdot(2\cdot x-25)$$

$$\mathrm{expand}(\mathrm{f1}(x)) \blacktriangleright 4\cdot x^3-90\cdot x^2+500\cdot x$$

$$\frac{d}{dx}(\mathrm{f1}(x)) \blacktriangleright 12\cdot x^2-180\cdot x+500$$

$$\mathrm{solve}\left(\frac{d}{dx}(\mathrm{f1}(x))=0,x\right) \blacktriangleright x=\frac{-5\cdot(\sqrt{21}-9)}{6} \text{ or } x=\frac{5\cdot(\sqrt{21}+9)}{6}$$

$$\mathrm{solve}\left(\frac{d}{dx}(\mathrm{f1}(x))=0,x\right) \blacktriangleright x=3.68119 \text{ or } x=11.3188$$

$$\mathrm{f1}\left(\frac{-5\cdot(\sqrt{21}-9)}{6}\right) \blacktriangleright \frac{125\cdot(7\cdot\sqrt{21}+27)}{9}$$

$$\mathrm{f1}\left(\frac{-5\cdot(\sqrt{21}-9)}{6}\right) \blacktriangleright 820.528$$