Simulering av triangelolikheten



Tänk dig att du har ett sugrör och **slumpmässigt** viker det på två ställen. Man kan också knäcka spagettistickor vid försöket. I praktiken är det inte alldeles enkelt men vi antar att det är möjligt. Vad är sannolikheten att du då kan bilda en triangel av de tre delar du då får?

Av figuren nedan inser vi lätt att summan av längderna för två av bitarna, kvittar vilka, måste vara längre än den tredje sidan.



För enkelhetens skull antar att sugröret är 10 cm långt. Vi viker nu på två ställen, x och y, räknat från den ena ändan. Längderna blir då x, y - x och 10 - y. Se figuren nedan.



Vi ska nu göra en simulering där vi slumpar fram två tal som representerar var på sugröret vi gör vikningen. Instruktionen rand ger ett slumptal mellan 0 och 1 så 10* slump ger då ett slumptal mellan 0 och 10. Låt oss säga att vi vill slumpa fram 200 tal. Hela instruktionen blir då

10*slump(200)

Instruktionen slump hittar du om du först trycker på tangenten math och sedan väljer fliken SAN (står för sannolikhet). Välj där alternativ 1:slump. Arbetar du med engelsk språkinställning heter instruktionen rand.



					-
L1	L2	L3	Lu	Ls	2
3.2999	7.613				
5.5154	5.302				
7.7908	3.0382				
9.4803	4.7975				
3.307	3.5652				
8.9226	6.5861				
4.1684	0.5817				
0.7274	8.0061				
6.2191	3.3388				
8.2303	2.6906				
3.0907	0.2429				

Nu har vi alltså 200 par av slumptal i listorna L1 och L2. Ibland finns det minsta talet i lista L1 och ibland i lista L2. Vi vill nu för varje par av tal ta reda på vilket som är minst och vilket som är störst. Då kan vi använda 2 kommandon som heter **min** och **max**.

Du hittar **min** och **max** genom att först trycka på tangenten <u>math</u> och sedan välja fliken NUM och sedan alternativen 6 och 7.

NORMAL	FLYT AU	TO REELL	. RAD MP		0
L1	L2	La	Lu	Ls	э
3.2999	7.613				
5.5154	5.302				
7.7908	3.0382				
9.4803	4.7975				
3.307	3.5652				
8.9226	6.5861				
4.1684	0.5817				
0.7274	8.0061				
6.2191	3.3388				
8.2303	2.6906				
3.0907	0.2429				
L3="mj	in(Li,	L2)"			

Använd citattecken (tryck på alpha) och sedan på (+) omkring formeln. Det gör att listan i L3 och L4 uppdateras när du alstrar nya slumptal.

Nu blir det så här. Se nästa sida.

Lı	L2	L3 🛍	L4 🔂	Ls	5
3.2999	7.613	3.2999	7.613		
5.5154	5.302	5.302	5.5154		
7.7908	3.0382	3.0382	7.7908		
9.4803	4.7975	4.7975	9.4803		
3.307	3.5652	3.307	3.5652		
8.9226	6.5861	6.5861	8.9226		
4.1684	0.5817	0.5817	4.1684		
0.7274	8.0061	0.7274	8.0061		
6.2191	3.3388	3,3388	6.2191		
8.2303	2.6906	2.6906	8.2303		
3.0907	0.2429	0.2429	3.0907		

I L3 har vi det minsta talet och i L4 det största. Det betyder att det slumptal som motsvarar **x** i figuren på föregående sida ´finns i lista L3.

Nu ska vi ta fram mittenlängden som betecknas med **y-x** i figuren. Det blir max-värdena – minvärdena.



Nu är det bara den sista biten kvar. Den är naturligtvis **10-y**. Se figur.

La (3 L.	1	8	Ls		8	L6				 	1
3.299	9 7	.613	3	ч.	313	1						L
5.302	5	.515	54	θ.	213	4						1
3.038	2 7	.796	8	4.1	752	6						1
4.797	5 9	.486	93	4.	682	8						1
3.307	3	.565	2	θ.	258	2						1.
6.586	1 8	.922	26	2.	336	5						1
0.581	7 4	.168	34	3.	586	8						1.
0.727	4 8	.006	1	7.	278	7						1.
3.338	6 6	.219	3	<u>Z.</u>	680	3						1
2.690		.236	3	- 5-3	539	<u>^</u>						1.
14 ZM Z	9 3	.096	21	- Z.i	84r	ŏ						
.6="]	LØ-	L4 YT	" AU1	ro	REE		. Rf	ìD	MP	, ,		ſ
.6="]	LØ-	L4 YT	" AU1	0	REE	LL	. Rf	ìD	MP			C
.6="] IORMAI		L4 YT	" AU1	ro Ls	REE	:LL 8	. Rf	1D	MP			1
.6="] .6="] .0RMAI 13 (3.299	LØ-	L4 YT	" AU1	ro Ls 4.3	RE 8	1 1	. Rf L6 2.1	1D	MP 8		 	
.6="] IORMAI	LØ-	VT .613 .515	AUT	ГО <u>Ls</u> 4.3 8.3	RE 8	1 4 6	. Rf L6 2.(4.1	1D 381 4181	MP 8 7 16		 	
6="] .6="] .6="] .0RMA <u>10RMA</u> .3.299 5.302 3.038 4.797	LØ-	L4 YT .613 .515 .796		10 Ls 4.3 8.3 4.1	RE 8 313 213 752	1 1 4 6 8	. Rf L6 2.3 4.1 2.3	1D	HP 7 16 92		 	
6="]	LØ-	VT .613 .515 .796	AUT	10 Ls 4. 4. 4.	REE 313 213 752 682	1 1 4 8 2	Rf 2.6 2.1 4.1 2.1 0.9	1D 38 48 20 51	HF 16 92		 	
6="]	LØ- I FL I	↓ 4 .613 .519 .790 .480 .565 .922	AU1	10 4. 9. 4. 4. 9.	REE 313 213 752 682 258 336	1 1 1 6 8 2 5	Rf 2.1 4.1 2.1 6.1	1D 10 18 20 51 13	HF 16 92 97 18 74		 	
6.581	LØ-	VT .613 .515 .790 .486 .565 .922 .168	AUT	10 4. 4. 4. 4. 2. 3.	REE 313 752 682 258 336 586	1 1 4 6 8 2 5 8	Rf 2. 4. 2. 0. 6. 1. 5.	1D 10 18 20 51 13 07 83	HF 7 16 92 97 18 74		 	
6.212 .6="] .6="] .3.299 5.302 3.307 6.586 0.581 0.727	LØ- IFL IFL IFL IFL IFL IFL IFL IFL	VT .613 .515 .790 .565 .922 .168 .006	AU1 AU1 3 54 38 33 52 26 34 51	10 4. 4. 4. 4. 2. 3. 7.	REE 313 213 752 682 258 336 586 278	11 14 6 8 2 5 8 7	. Rf 2.5 4.1 2.5 6.1 1.0 5.1 1.1	1D 10 10 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13	HF 16 97 18 74 16 39		 	
.6="] .6="] 3.299 5.302 3.038 4.797 3.307 6.586 0.581 0.727 3.338	LØ- LFL 97 597 187 486 6	VT .613 .519 .796 .565 .922 .168 .006 .219	AU1 AU1 33 34 38 33 32 34 31 31	10 4. 9. 4. 9. 2. 3. 7. 2.	REE 313 752 682 258 336 586 278 880	1 1 4 6 8 2 5 8 7 3	L6 24 4.1 2.3 6.1 1.0 5.3 1.1 3.3	1D 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	HP 16 92 97 18 74 16 39			
10RMA .6="] .6="] .3.299 5.302 3.038 4.797 3.307 6.586 0.581 0.727 3.338 2.690	LØ- 1 FL 9 7 2 7 5 9 1 8 7 4 8 6 8 6 8	VT .613 .515 .790 .480 .565 .922 .168 .006 .219 .230	AU1 AU1 3 5 4 3 5 4 3 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 4 5 5 4 5 5 4 5 5 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	10 4. 9. 4. 9. 2. 3. 7. 2. 5.	REE 313 752 682 258 336 278 880 539	1 1 4 6 8 2 5 8 7 3 7	L6 24 4.1 2.3 6.1 1.0 5.3 1.1 3.1 1.1	1D 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	HF 16 92 16 97 18 74 16 39 99 97			

Vi har nu sidlängderna i listorna L3, L5 och L6.

Eftersom L1 till och med L6 är "upptagna" så får vi skapa en ny lista med ett nytt namn. Vi döper den till SVAR. Du förstår snart varför!

För att sidlängderna i de tre listorna ska kunna bilda en triangel måste tre villkor vara uppfyllda:

Summan av längderna för två av bitarna, kvittar vilka, måste vara längre än den tredje sidan.

Då kan vi skriva följande i kolumnhuvudet:

NORI	1AL	FLYT	AU	TO	REELL	. RAD	MP	,	0
L۵	Ô	L٩	Ô	Ls	Ô	L6	Ô	SVAR	7
3.2	999	7.6	13	4.3	3131	2.38	37		
5.3	82	5.5	154	θ.;	2134	4.48	846		
3.0	382	7.75	908	4.3	7526	2.26	92		
4.7	975	9.4	803	4.0	6828	0.51	.97		
3.3	97	3.5	552	0.3	2582	6.43	848		
6.5	861	8.93	226	2.3	3365	1.07	74		
0.5	817	4.10	584	3.	5868	5.83	16		
0.7	274	8.0	961	7.3	2787	1.99	39		
3.3	388	6.2	191	2.1	8803	3.78	809		
2.6	906	8.2	303	5.	5397	1.76	97		
0.2	429	3.0	907	2.1	6478	6.96	93		
SVAR	}="	134	-L s	Я	6 0	ch	13	+1.6.21	5

Det står alltså:

SVAR="L3+L5>L6 och L3+L6>L5 och L5+L6>L3"

Tecknet > och den logiska operatorn **och** når du genom att trycka på [2nd] [test].

När du skrivit klart det långa uttrycket så trycker du på enter. Nu får räknaren jobba en lite stund för att gå igenom alla 200 raderna i editorn.

3	6	L4	6	Ls	6	L6	6	SVAR	B	
3.2	999	7.63	13	4.3	3131	2.3	87	1		Г
5.3	82	5.5	154	0.2	2134	4.4	846	θ		
3.0	382	7.79	908	4.7	526	2.2	092	1		
4.7	975	9.48	303	4.6	6828	θ.5	197	1		
3.3	07	3.56	552	0.2	2582	6.4	348	0		
6.5	861	8.92	226	2.3	3365	1.0	774	θ		
0.5	817	4.16	584	3.5	868	5.8	316	0		
0.7	274	8.00	961	7.2	2787	1.9	939	θ		
3.3	388	6.23	191	2.8	8803	3.7	809	1		
2.6	906	8.23	303	5.5	397	1.7	697	θ		
0.2	429	3.05	907	2.8	3478	6.9	093	0		

Vi får en massa nollor och ettor i kolumnen. Det betyder ju att det långa villkoret är sant eller falskt. Är det sant visas siffran 1 och är det falskt så visas siffran 0. Genom att summera talen så kan vi alltså ta reda på hur många träffar vi fick.

Vi skapar nu en lista till som vi kallar RES (står för resultat) och på den första raden skriver vi enligt skärmbilden nedan. Instruktionen **sum** och listnamnet kan du klistra in om du trycker på 2nd [list]. Det läggs till ett litet L framförlistnamnet fört att visa att det är ett sparat listnamn.

NORI	1AL	FLYT	' AU	TO	REELL	. RAD	MP		Ō
Lч	Ô	Ls	Ô	L6	6	SVAR	Ô	RES	8
7.6	13	4.3:	131	2.3	387	1			
5.5	154	0.2	134	4.4	1846	θ			
7.7	908	4.7	526	2.2	2092	1			
9.4	803	4.6	828	0.5	5197	1			
3.5	652	0.2	582	6.4	1348	0			
8.9	226	2.3	365	1.0	9774	θ			
4.1	684	3.5	868	5.8	3316	0			
8.0	061	7.2	787	1.9	9939	θ			
6.2	191	2.8	803	3.7	7809	1			
8.2	303	5.5	397	1.7	7697	θ			
3.0	907	2.8	178	6.5	9093	0			
RESC	1)=	sum	(L	svi	AR).	/200	0		

NORI	MAL	FLYT	AU	TO RI	EELL	. RAD	MP		
L٩	Ô	Ls	â	L6	Ô	SVAR	Ô	RES	8
7.6	13	4.31	31	2.38	37	1		0.285	
5.5	154	0.21	.34	4.48	346	θ			
7.7	908	4.75	26	2.20	992	1			
9.4	803	4.68	328	0.51	197	1			
3.5	652	0.25	82	6.43	348	0			
8.9	226	2.33	65	1.07	74	θ			
4.1	684	3.58	668	5.83	316	0			
8.0	061	7.27	87	1.99	939	θ			
6.2	191	2.88	803	3.78	809	1			
8.2	303	5.53	97	1.76	597	θ			
3.0	907	2.84	178	6.96	993	0			
RESC	2)=								

Vi får resultatet 0,285dvs sannolikheten att vi kan bilda en triangel är ca 29 %.

Några nya simuleringar med slumptal ger följande resultat:

1		l e		L c		CVAR	A	DEC	
L4	<u> </u>		E	L6		<u>avnk</u>	E	RES	+°
8.8	323	5.5	744	1.16	577	0		0.285	4
9.3	128	3.9	577	0.68	372	0		0.22	
8.0	059	4.6	096	1.99	941	1		0.265	
4.9	85	0.4	369	5.09	95	0			
9.2	229	8.4	509	0.77	771	0			1
9.3	82	7.0	419	0.61	18	θ			1
9.5	481	4.0	451	0.45	519	0			1
8.8	384	4.4	509	1.16	516	1			1 -
5.9	561	5.2	572	4.04	139	0			1
7.2	635	6.0	811	2.73	865	0			1
1.8	794	1.6	295	8.12	206	0			1
									<u> </u>

Ett exakt värde på sannolikheten är 0,25, vilket man kan visa både algebraiskt och geometriskt.