

Fiche méthode

Référentiel, compétences

Capacités exigibles :

- Utiliser une représentation graphique pour déterminer une demi-vie.

Capacités numériques :

- Faire un usage explicite des outils numériques.

Commentaires de l'auteur

Les capacités numériques mises en jeu ici sont *non exigibles*. Mais cette séance permettra de consolider les notions de programmation en *langage python* étudiées dans d'autres matières de la classe de première.

Le BO suggère également de « **Mettre en œuvre des pratiques scientifiques** » : *modéliser, simuler, raisonner ...*
C'est cette liberté qui rend possible la réalisation de cette activité en classe.

Materiel

- Calculatrice TI-83 Premium CE Edition Python.

Prérequis

Les élèves doivent être déjà familiarisés avec l'environnement python de la calculatrice.

Enoncé

Le sujet : Dans ce travail pratique, on utilisera un script en Python pour simuler l'évolution de la population du carbone 14 au cours du temps.

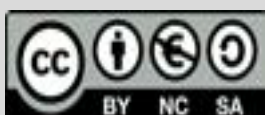
Les nucléides cosmogéniques, comme le C^{14} peuvent être formés dans l'atmosphère mais aussi directement dans les minéraux des roches après impact des rayons cosmiques.

Leur population radioactive décroît par radioactivité et suit la loi de Poisson :

$$\Delta N = -\lambda \Delta t \times N$$

avec N le nombre de noyaux.

λ est la constante radioactive du radionucléide : Cette valeur représente la *probabilité de désintégration* d'un noyau par unité de temps. Pour C^{14} on a $\lambda = 0,000121 \text{ an}^{-1}$.



Thème: Désintégration radioactive :

Evolution du nombre de noyaux et demi-vie

Niveau: Première enseignement scientifique

TI-83 Premium CE



Eric Tixidor

Fiche méthode

Cette loi exprime que la variation (diminution) ΔN du nombre N de noyaux pendant un temps court Δt dépend du produit :

- de la constante radioactive λ
- du temps Δt
- et du nombre N de noyaux restants.

Le temps Δt doit être choisi suffisamment court, pour que le produit $\lambda \cdot \Delta t$ soit inférieur à 0.1, voire, du même ordre de grandeur.

On pourra choisir, par exemple, un intervalle $\Delta t = 1000$. (soit 1000 ans). Ce qui donnera :

$$\lambda \times \Delta t = 0,000121 \times 1000 = 0,121$$

Cette valeur se situe alors dans la limite supérieure de validité pour le traitement suivant. Les résultats donnés par ce modèle sont toutefois assez satisfaisants. Il ne faudra pas prendre de valeur plus élevée pour Δt .

Travail à réaliser :

1) Ecrire une fonction `simul` qui prend comme paramètre p et qui renvoie 1 avec une probabilité p et 0 avec une probabilité $1 - p$.

```
PYTHON SHELL
>>> simul(0.5)
1
>>> simul(0.5)
0
```

2) Ecrire une fonction `desintegration` qui prend comme paramètres N le nombre de noyaux (initial), dt et l (pour λ) et qui renvoie le nombre de noyaux restants après le temps dt .

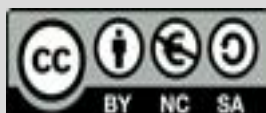
```
PYTHON SHELL
>>> desintegration(100,1000,0.000121)
87
```

Pour un temps de $dt = 1000$ la probabilité de désintégration est $p = \lambda \times dt$.

3) Ecrire une fonction `evol` qui prend comme paramètres N le nombre de noyaux (initial), dt et l (pour λ) et qui renvoie une liste contenant le nombre de noyaux restant à chaque pas dt (la liste doit commencer par N et se terminer par 0).

```
PYTHON SHELL
>>> evol(5,1000,0.000121)
[5, 4, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0]
```

4) Utiliser les outils graphiques de la calculatrice pour déterminer le temps de demi-vie du carbone C^{14} .



Thème: Désintégration radioactive :

Evolution du nombre de noyaux et demi-vie

Proposition de résolution

Fonction simul

1) Par définition, la probabilité de désintégration est :

$$p = \lambda \times \Delta t$$

On peut proposer deux façons de programmer cette fonction :

- Une première très classique qui choisit aléatoirement un réel dans l'intervalle $[0,1]$ et qui renvoie 1 si ce nombre est plus petit que la valeur de probabilité p et 0 sinon.
- Une seconde qui consiste à choisir aléatoirement un réel dans l'intervalle $[0,1]$ et de lui ajouter p . Ce qui revient à choisir un réel a dans $[p; 1 + p]$. Parmi ces nombres, ceux qui sont dans $[1, 1 + p]$ ont une partie entière égale à 1. Et il y a une probabilité p que le nombre a soit dans cette intervalle.

Dans les deux cas, il faudra importer la librairie `random` à l'aide de l'instruction :

```
from random import *
```

```
ÉDITEUR : RADIO
LIGNE DU SCRIPT 0008
from random import *
def simul(p):
    a=random()
    if a<=p:
        return 1
    else:
        return 0
```

```
ÉDITEUR : RADIO
LIGNE DU SCRIPT 0006
from random import *
def simul(p):
    a=random()+p
    b=int(a)
    return b
```

Fonction desintegration

2) Pour chaque particule on va déterminer si elle se désintègre ou non en appelant `simul(dt*1)`.

Si le résultat est nul, alors la particule ne se désintègre pas, si le résultat vaut 1 alors elle se désintègre.

Il suffit donc de retirer ce résultat à N pour obtenir le nouveau nombre de noyaux restants.

On recommence ce travail pour chaque noyau dans une boucle `for`.

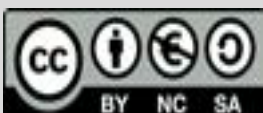
```
ÉDITEUR : RADIO
LIGNE DU SCRIPT 0016
def desintegration(N,dt,l):
    for i in range(N):
        N=N-simul(dt*1)
    return N
```

Fonction evol

3) Pour obtenir la liste contenant le nombre de noyaux restant à chaque pas dt , on l'initialise avec une première valeur N : `liste=[N]`.

Puis, tant qu'il reste des noyaux (c'est-à-dire `while N>0`) on calcule le nombre de noyaux restant après dt et on l'ajoute à la `liste`.

```
ÉDITEUR : RADIO
LIGNE DU SCRIPT 0021
def evol(N,dt,l):
    liste=[N]
    while N>0:
        N=desintegration(N,dt,l)
        liste.append(N)
    return liste
```



Thème: Désintégration radioactive :

Evolution du nombre de noyaux et demi-vie

Détermination graphique du temps de demi vie

4) Ajouter au début du script la librairie `ti_system` :

```
from ti_system import *
```

Executer le script. Cela aura pour effet de charger les fonctions et de les rendre accessible depuis le *shell*.

Dans le *shell* : lancer la fonction avec les paramètres suivants :

- **N** : nombre de noyaux à l'instant initial : 100
- **dt** : le pas du temps discrétisé : 1000 ans
- **l** : constante radioactive : 0.000121 an^{-1} .

La fonction doit retourner la liste du nombre de radionucléides, comptés pour chaque intervalle de durée **dt**.

On devra stocker ces données dans une nouvelle liste, accessible depuis le shell, par exemple **no**.

L'instruction s'écrira alors :

```
no = eval(100,1000,0.000121)
```

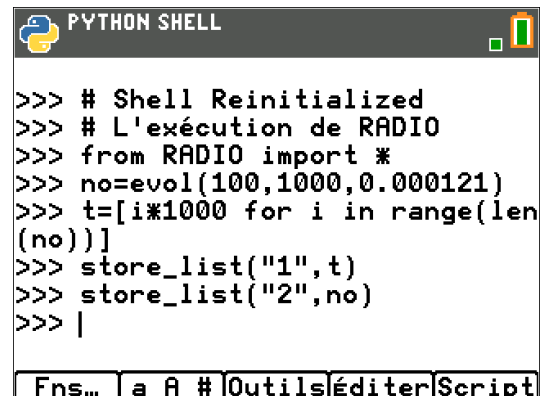
Créer alors une liste avec les repères de temps correspondants. Cette liste, appelons la **t**, aura la même longueur que **no**. Et sera remplie avec des multiples de **dt**, ce qui donne (avec **dt=1000**) :

```
t = [i*1000 for i in range(len(no))]
```

On suppose pour la suite que les listes L_1 et L_2 du menu STAT de la calculatrice ont été au préalable effacées.

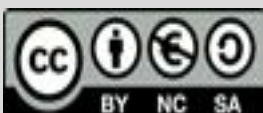
Stocker **t** et **no** dans ces deux listes grâce à la fonction `store_list` de la librairie `ti_system` :

- `store_list("1", t)`
- `store_list("2", no)`



```
PYTHON SHELL
>>> # Shell Reinitialized
>>> # L'exécution de RADIO
>>> from RADIO import *
>>> no=evol(100,1000,0.000121)
>>> t=[i*1000 for i in range(len(no))
>>> store_list("1",t)
>>> store_list("2",no)
>>> |
Fns... a A # Outils Éditer Script
```


Sortir alors de l'application python.





Thème: Désintégration radioactive :

Evolution du nombre de noyaux et demi-vie

Renseigner les listes à prendre pour les axes du graphiques L₁ et L₂ :

Dans le menu graph stat, accessible depuis   **1:Graph1...Aff**, choisir :
Afficher la courbe : **Aff**


XListe : remplacer la liste par L₁ à l'aide de la combinaison de touches   **1:L₁**



YListe : choisir L₂

Vérifier les valeurs des extrema des deux listes en parcourant les valeurs de celles-ci :

 **1:modifier**

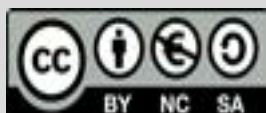
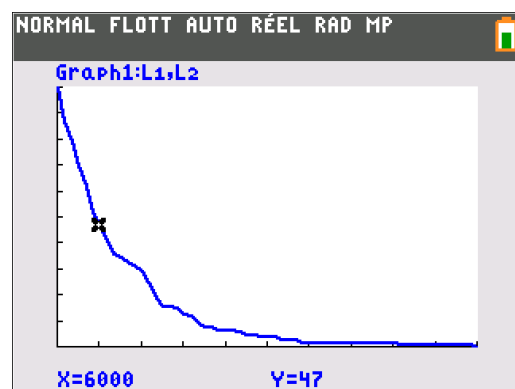
La valeur maximale pour l'axe des Y est connu : il s'agit de la valeur de **N** à l'instant initial (**n₀=100**).
La dernière valeur de **t** donnera la valeur maximale à renseigner pour l'axe des X. Probablement 30000 avec les conditions initiales utilisés.

Modifier les axes :  , puis modifier les valeurs pour afficher au mieux la courbe à l'écran.

Puis afficher le graphique :  ainsi que le curseur sur la courbe : 

Déterminer alors (graphiquement) la valeur du temps de demi-vie du carbone C¹⁴ à partir de cette simulation :

Vous devriez trouver une valeur comprise entre 5000 et 6000 ans.



Thème: Désintégration radioactive :

Evolution du nombre de noyaux et demi-vie

Modification des paramètres

Les détails de la courbe obtenue montrent que la simulation est assez imprécise. La courbe est loin d'être lisse et présente des discontinuités. De plus, l'intervalle de temps qui encadre la durée de demi-vie est assez important (intervalle de 1000 ans). On améliorera la précision de cette valeur, et la qualité de la courbe en prenant d'autres paramètres pour la fonction `eval(N,dt,1)`. Essayer par exemple :

- ✓ **N** : 400
- ✓ **dt** : 200
- ✓ **l** : 0.000121

Revenir dans l'application python. Exécuter le script RADIO. Dans le shell, adapter les instructions vues précédemment pour calculer les noyaux avec ces nouveaux paramètres. Stocker les valeurs de **t** et **no** dans les listes L_1 et L_2 de la calculatrice.

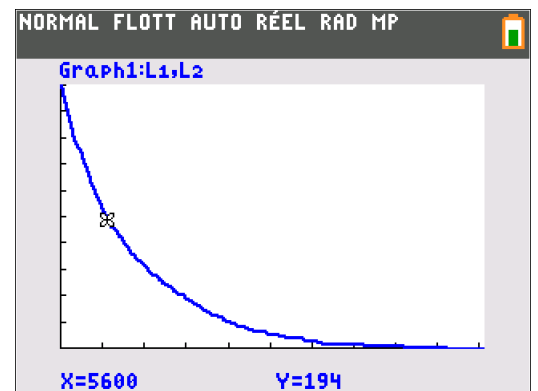
Quitter l'application python, puis :

- adapter les axes X et Y de la fenêtre graphique à partir des nouvelles valeurs obtenue
- effacer le graphique précédent pour permettre l'affichage de la nouvelle courbe à l'aide du menu DESSIN :



Le nouveau tracé doit alors apparaître à l'écran.

Le temps de demi-vie devrait avoir une valeur plus proche de celle attendue et la courbe plus lissée (valeur théorique : **5750 ans**).

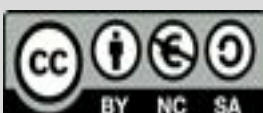


Prolongement

On pourra adapter ce script au calcul du temps de demi-vie pour d'autres radionucléides : il suffira d'adapter la valeur de la constante radioactive, λ , par rapport au tableau suivant :

Et choisir une valeur de **dt** adaptée.

| nucléides | constante radioactive (an^{-1}) |
|------------------|--|
| H^3 | 0.0565 |
| Be^{10} | $4.6 \cdot 10^7$ |
| Cl^{36} | $2.3 \cdot 10^6$ |



Thème: Désintégration radioactive :

Evolution du nombre de noyaux et demi-vie

Script RADIO

```
ÉDITEUR : RADIO
LIGNE DU SCRIPT 0003
from random import *
from ti_system import *

def simul(p):
    a=random()+p
    b=int(a)
    return b

def desintegration(N,dt,l):
    for i in range(N):
        N=N-simul(dt*l)
    return N

def evol(N,dt,l):
    liste=[N]
    while N>0:
        N=desintegration(N,dt,l)
        liste.append(N)
    return liste

Fns... | a R # | Outils | Exéc | Script
```

Documents et script à télécharger à l'adresse :
<https://education.ti.com/fr/physique-chimie>

