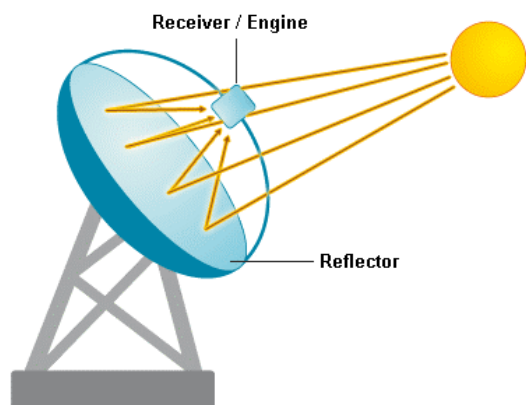


# Hur fungerar en parabol

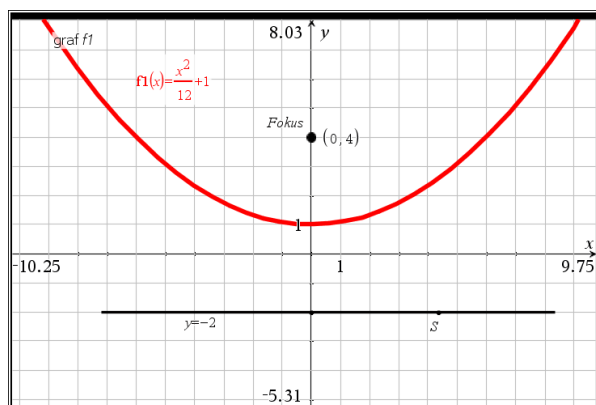


## Hur fungerar en parabol?

I denna övning ska vi studera en parabels optiska egenskaper. Det är en fördel om du arbetat med övningen "Att upptäcka parabeln" och har denna någorlunda aktuell. Om så inte är fallet, börja med att studera denna. Enligt nämnda övning har parabeln

$$y = \frac{1}{12}x^2 + 1$$

styrlinjen  $y = -2$  och fokus,  $F$ , i punkten  $(0, 4)$ . Börja med att konstruera dessa objekt i en grafapplikation.

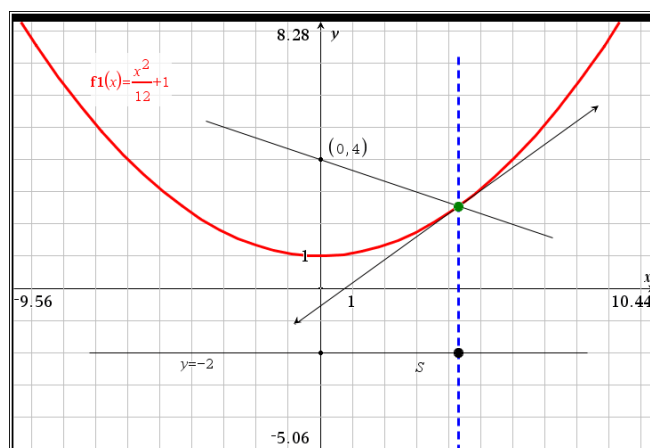


Vi ska nu studera elektromagnetiska vågor, t.ex. signaler från en satellit, som infaller parallellt med  $y$ -axeln mot parabeln, som här illustreras med ett tvådimensionellt tvärsnitt, alltså en parabel. Denna parabel fungerar som en *reflektor*, dvs. en spegel för de elektromagnetiska vågorna. Hur kommer de att reflekteras?

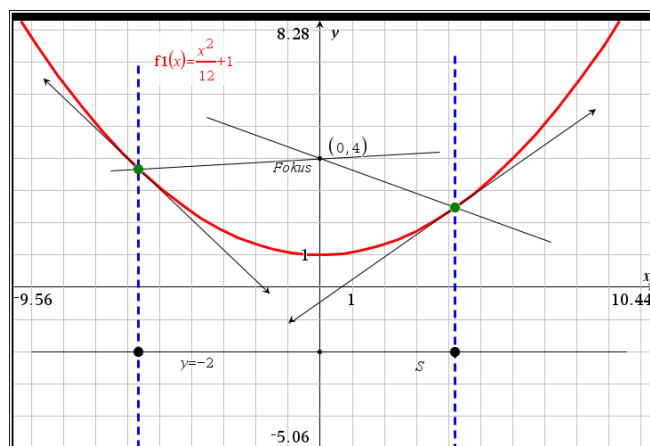
### Några steg på vägen:

- Rita en linje *vinkelrät* mot styrlinjen genom en godtycklig punkt,  $S$ , på denna. Välj från geometrimenyn *Konstruktion* och sedan *Vinkelrät*. Klicka först på styrlinjen sedan på den punkt där du vill rita linjen.
- Rita en *tangent* till kurvan i den punkt där denna linje skär kurvan. Välj från geometrimenyn *Punkter och linjer* och sedan *Tangent*. Klicka på den punkt på kurvan, som visar ledtexten "Skärningspunkt".

- Spegla den vertikala linjen i tangenten. Välj från menyn *Transformation* och sedan verktyget *Reflektion*. Klicka då först på tangenten (spegeln), sedan på linjen som är parallell med  $y$ -axeln och som symboliserar den infallande elektromagnetiska strålningen. Var skär den reflekterade strålen  $y$ -axeln?
- Flytta punkten  $S$  på styrlinjen och studera vad som händer med den reflekterade strålen, då den infallande strålens läge ändras, fortfarande parallell med  $y$ -axeln. Tänk dig sedan att parabolantennens mikrovågshuvud, som tar emot strålningen är placerad i fokus. Du ser att strålningen från ett avlägset objekt (en satellit) kommer att samlas i en enda punkt. Vilken?
- Dölj onödiga objekt för att göra konstruktionen mera realistisk och tydlig. Använd eventuellt geometriverskytet *Ort* för att tydliggöra strålarnas väg.



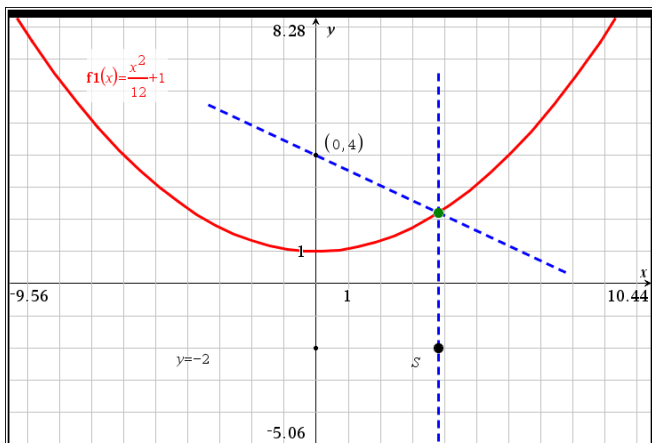
Här har vi gjort två konstruktioner. Vi ser att de båda reflekterande linjerna går igenom samma punkt.



## Läroanvisning

Som framgår av bilden kommer den reflekterade strålen att passera genom fokus på  $y$ -axeln.

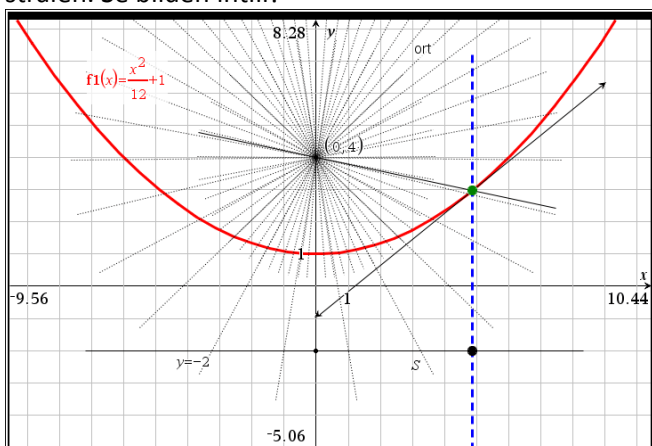
Dölj nu linjerna, så att endast strålarna finns kvar. Klicka på linjerna och välj Dölj. Flytta nu punkten  $S$  för att studera hur den reflekterade strålen förändras då den infallande strålens läge förändras.



Vi har också gjort två konstruktioner på sid 3 för att visa att båda de reflekterade strålarna skär varandra i fokus.

Den elektromagnetiska strålningen från en satellit utgör ett parallellt strålnippe eftersom den kommer från en avlägsen strålkälla. Om en parabolantenn riktar in så att parabolens axel (här  $y$ -axeln) blir parallell med strålningen, kommer strålningen att reflekteras mot en viss punkt. I denna punkt, fokus, finns mikrovågshuvudet placerat för optimal mottagning.

Om så önskas kan du använda verktyget Ort. (Välj Konstruktion, och Ort) och klicka först på strålen och sedan på punkten  $S$ . Upprepa sedan för den andra strålen. Se bilden intill!



## För kurs 3: Analys med derivata

Om man tror på att strålarna verkligen skär i en punkt så kan man leta upp en stråle som är lätt att räkna med. En stråle utmed  $y$ -axeln reflekteras tillbaka igen utmed  $y$ -axeln. En stråle som reflekteras mot en punkt där tangenten går i  $45^\circ$  reflekteras i rät vinkel.  $k$ -värdet för tangenten är tangens för lutningsvinkeln, så i en sådan punkt är derivatan 1.

$y' = \frac{2x}{12} = 1$  ger  $x = 6$ ,  $y = \frac{6^2}{12} + 1 = 4$ . Strålen kommer alltså in utmed den vertikala linjen  $x = 6$ , reflekteras och fortsätter horisontellt på höjden  $y = 4$  och skär  $y$ -axeln (den andra strålen) i punkten  $(0, 4)$ . Se bilden nedan.

