
Thema: Testen von Hypothesen mit der Normalverteilung

Gertrud Aumayr, Christian Zöpfl

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Schließende Statistik, Hypothesentests, z-Test, Gauss-Test

Unterrichtsmaterial:

Aufgabe/Arbeitsauftrag:

Beispiel 1: *Länge eines Müsliriegels*

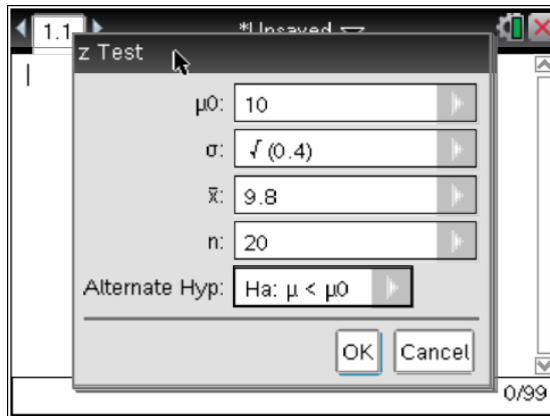
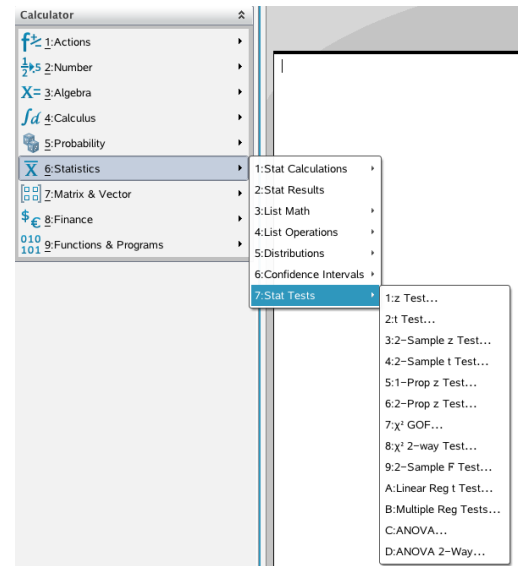
Ein bekannter Müsliriegel soll nach Angaben des Herstellers eine Länge von 10 cm aufweisen. Bei der eingesetzten Anlage kann davon ausgegangen werden, dass die Längen der produzierten Riegel unabhängig und identisch normalverteilt sind mit bekannter Varianz $\sigma^2 = 0.4 \text{ cm}^2$.

Wir haben den Verdacht, dass der Hersteller mit der Längenangabe übertreibt. Um dies zu testen haben wir eine Stichprobe von $n = 20$ Müsliriegeln gekauft, aus der sich $\bar{X} = 9.8 \text{ cm}$ ergab. Formulieren wir die Hypothesen und führen einen geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch. Bestätigt sich unser Verdacht? Wir berechnen in weiterer Folge den p-Wert des verwendeten Tests. Wie sieht unsere Testentscheidung zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$ aus?

Vorschlag zur Umsetzung:

Einseitiger Test mit der Nullhypothese $H_0: \mu \geq 10$ und der Gegenhypothese $H_a: \mu < 10$:

- im Menü 6: *Statistics* → 7: Stat Tests → 1: *z Test* auswählen
- Als Data Input Methode *Statistik* auswählen
- die Vorlage ausfüllen:

- das Ergebnis interpretieren:

$z = -1.41421$ besagt, dass \bar{X} um 1.41421 Standardfehler unter μ liegt

$P\text{Val} = 0.07865$ ist die Wahrscheinlichkeit, die gegebene Realisation der Teststatistik oder einen noch extremeren Wert zu beobachten.

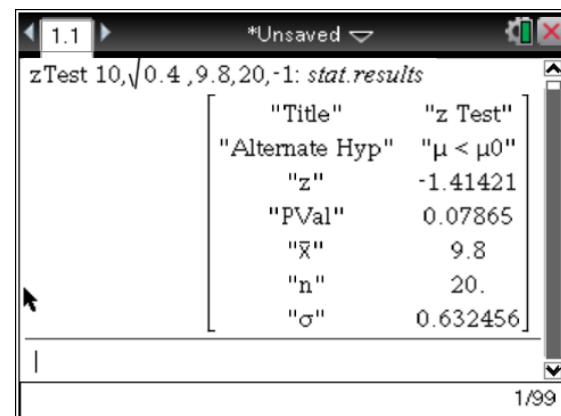
Mit Hilfe des $P\text{Val}$ - Wertes können wir nun die Testentscheidung herleiten.

Für $\alpha = 0.05$:

Da $P\text{Val} = 0.0793 > 0.05 = \alpha$, liegt die Realisation $z = -1.414$ nicht im Ablehnungsbereich der Nullhypothese.

Für $\alpha = 0.1$:

Da $P\text{Val} = 0.0793 < 0.1 = \alpha$, liegt die Realisation $z = -1.414$ im Ablehnungsbereich der Nullhypothese.



zTest 10,√0.4,9.8,20,-1: stat.results	
"Title"	"z Test"
"Alternate Hyp"	"μ < μ0"
"z"	-1.41421
"PVal"	0.07865
"x̄"	9.8
"n"	20.
"σ"	0.632456

Der Aufgabe entnimmt man:

$$\mu := 10 \rightarrow 10 \quad \text{si} := \sqrt{0.4} \rightarrow 0.632456 \quad \bar{x} := 9.8 \rightarrow 9.8 \quad n := 20 \rightarrow 20$$

Berechnung von z:

$$z := \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\text{si}}{\sqrt{n}}} \rightarrow -1.41421$$

Berechnung der Wahrscheinlichkeit, die gegebene Realisation der Stichprobenentnahme oder einen noch extremeren Wert zu erhalten:

$$\text{normCdf}\left(-\infty, \bar{x}, \mu, \frac{\text{si}}{\sqrt{n}}\right) \rightarrow 0.07865$$

Für $\alpha = 0.05$: H_0 kann nicht verworfen werden

Für $\alpha = 0.1$: H_0 wird verworfen

