TI-Nspire CX II-T CAS

De kracht van de TI-Nspire CX II-T CAS ligt onder meer in de interconnectiviteit van de verschillende pagina's: gegevens uit de diverse pagina's kunnen op elk van de andere pagina's gebruikt worden. Ook de menustructuur zorgt voor overzicht en een zeer gebruiksvriendelijke ervaring. En de TI-Nspire CX II-T CAS heeft een Computer Algebra Systeem!

Afleiden goniometrische functies

Bij KERN Wiskunde © VWO5, wiskunde B, deel 1, leren we op bladzijde 102 op welke wijze goniometrische functies kunnen worden afgeleid.

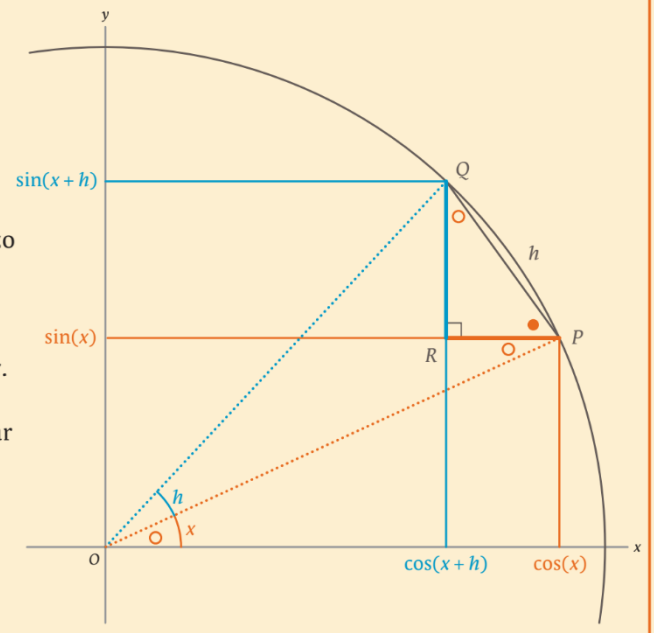
Waarom is [sin(x)]′ = cos(x)?

De afgeleide van $f(x) = \sin(x)$ kun je bepalen met de limiet:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h}$$

Neem de punten $P(\cos(x), \sin(x))$ en $Q(\cos(x+h), \sin(x+h))$ op de eenheidscirkel. P heeft draaihoek x en Q heeft draaihoek $x+h$. Omdat de hoeken in radialen zijn, is de booglengte PQ gelijk aan h. Verder is:

- $|QR| = y_Q - y_P = \sin(x+h) - \sin(x)$
- Voor kleine waarden van h is $|PQ|$ bijna net zo lang als boog PQ. Dus $|PQ| \approx$ boog $PQ = h$.
- Voor kleine waarden van h staat PQ bijna loodrecht op OP, dus ● + ○ ≈ 90°. De hoeken met ○ zijn dan bijna even groot, dus $\angle PQR \approx x$.



De benaderingen worden steeds beter als h naar 0 gaat, dus de limiet is:

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{|QR|}{|PQ|} = \lim_{h \to 0} \cos(\angle PQR) = \cos(x)$$

Hieruit volgt dat $[\sin(x)]' = \cos(x)$.

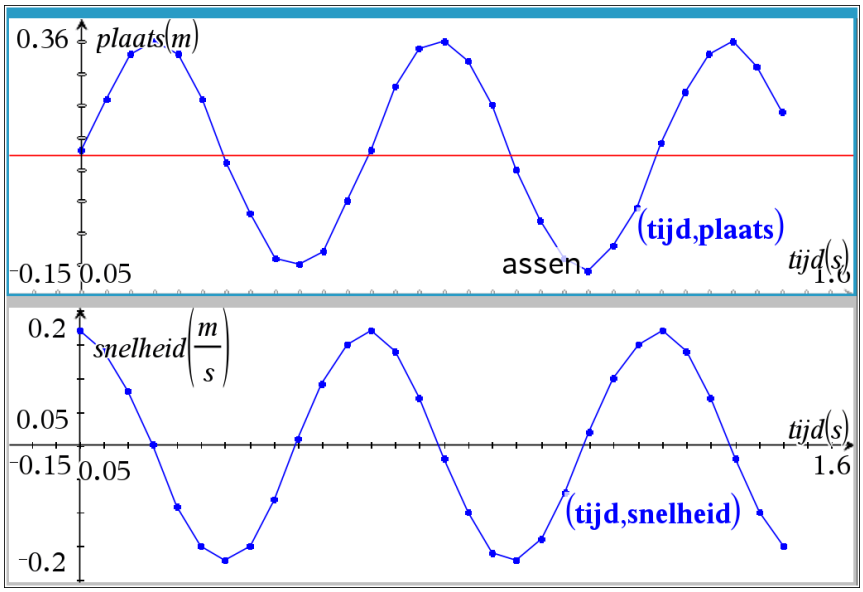
Naast deze prachtige theoretische methode is er ook een praktische benadering mogelijk…

© Texas Instruments in samenwerking met KERN Wiskunde © Boom Voortgezet Onderwijs

Onderzoek met TI-Nspire CX II-T CAS

Natuurkundige context

Een massa aan een veer kun je laten trillen door er aan te trekken. De beweging kun je meten met een afstandssensor. Hieronder staan de metingen:



Deze snelheidsgegevens zitten ook in de dataset en staan in het onderste stukje van het figuur uitgezet.

Opdracht 1

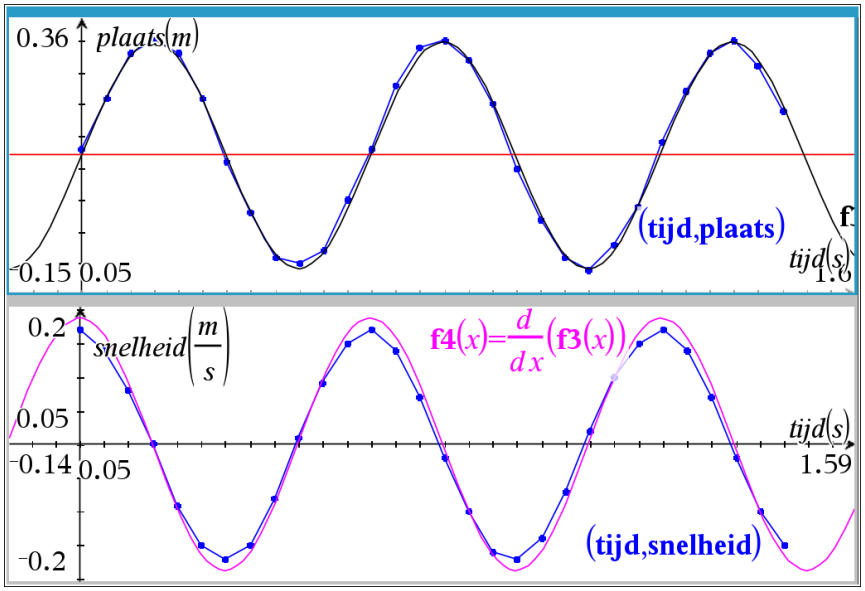
Vergelijk de plaats,tijd (s,t) grafiek met de snelheid, tijd (v,t) grafiek met elkaar. Bij de maximale uitwijking is de snelheid…
Bij de maximale snelheid is de uitwijking…

Het (s,t) diagram kan beschreven met de functie:

$$f(t) = 0.343 + 0.0178 * \sin(10.54 \cdot t)$$

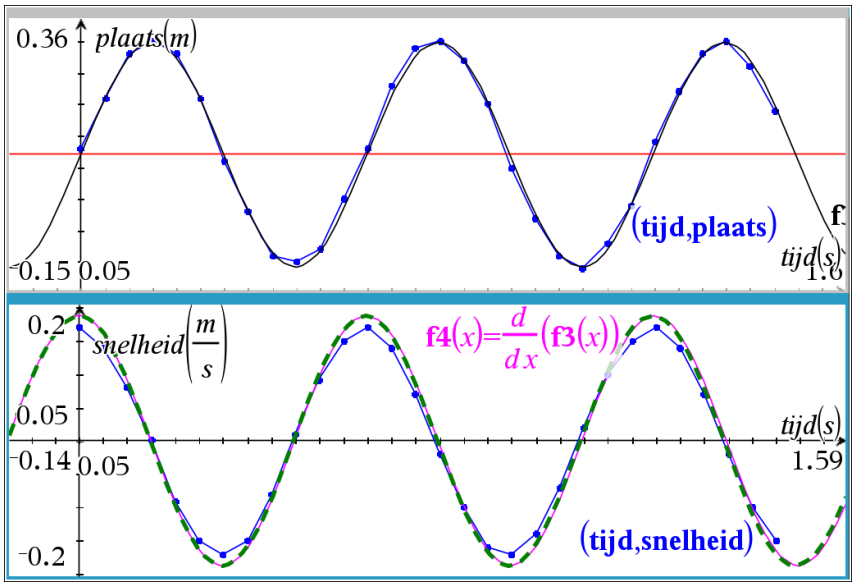
Dit is een sinusfunctie die naar boven verschoven is over 0.34 m. De amplitude is 0.0178 en de periode is $T = \frac{2 \cdot \pi}{10.54} = 0{,}60\ s$.
Uit de natuurkunde is bekend dat de snelheid de verplaatsing is per tijdseenheid $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Het v,t diagram kan daarom beschreven worden als de afgeleide functie van f(x). Dit is uitgezet in het figuur hieronder

© Texas Instruments in samenwerking met KERN Wiskunde © Boom Voortgezet Onderwijs



Het v,t-diagram is het hellingsdiagram of te wel de afgeleide functie van het s,t-diagram. Deze functie is ook een sinusoïde en kan beschreven worden met een cosinus. Dit is in het figuur hieronder gedaan. De groene lijn wordt gegeven door

$$g(t) = 0.19 * \cos(10.5 \cdot t)$$

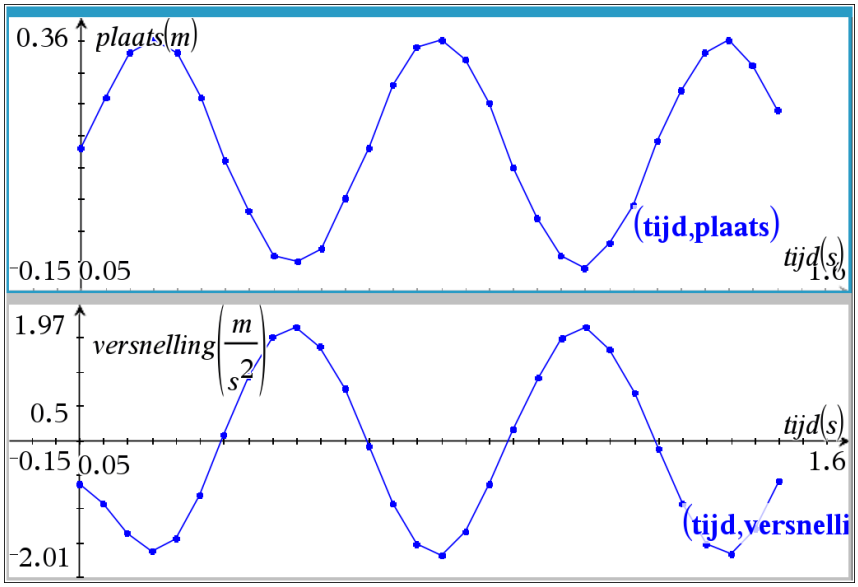


Hieruit kan geconcludeerd worden dat de cosinus de afgeleide is van de sinus.

$$\frac{d \sin(t)}{dt} = \cos(t)$$

Uit de natuurkunde is bekend dat de afgeleide van de snelheid gelijk is aan de versnelling. Deze data is ook beschikbaar in de dataset.

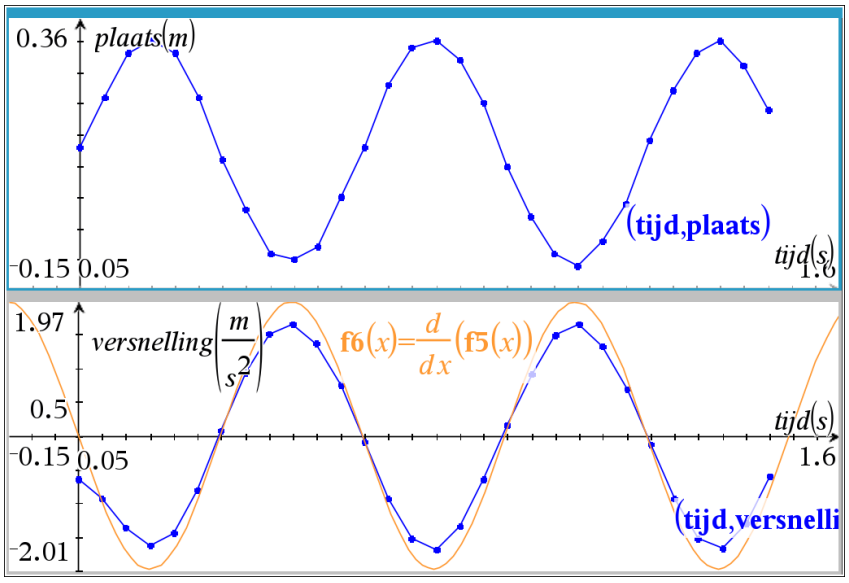
© Texas Instruments in samenwerking met KERN Wiskunde © Boom Voortgezet Onderwijs



In dit figuur staat in het bovenste diagram het s,t diagram en daaronder het a,t diagram. Dit is de hellingsgrafiek van het v,t diagram en geeft dus (qua vorm) de afgeleide grafiek van de cosinus.

Opdracht 2

a) Wat valt je op aan het a,t diagram als je het vergelijkt met het s,t diagram?
b) Hoe denk je dat de functie luidt voor de afgeleide functie van de cosinus?



Samenvattend

$$\frac{d\ sin(x)}{dx} = \cos\,(x)$$

$$\frac{d\cos(x)}{dx} = -\sin\,(x)$$

© Texas Instruments in samenwerking met KERN Wiskunde © Boom Voortgezet Onderwijs

Meer informatie of content nodig over deze Wil-de CAS Tryout? Neem contact op!

Frank van den Berg EdTech Consultant Texas Instruments Benelux +31 6 5073 0670 f-vandenberg@ti.com education.ti.com/nl Texas Instruments	Wilfred Frieswijk Uitgever Boom Voortgezet Onderwijs +31 6 5570 5204 w.frieswijk@boom.nl boom.nl/voortgezet-onderwijs/kern-wiskunde

© Texas Instruments in samenwerking met KERN Wiskunde © Boom Voortgezet Onderwijs