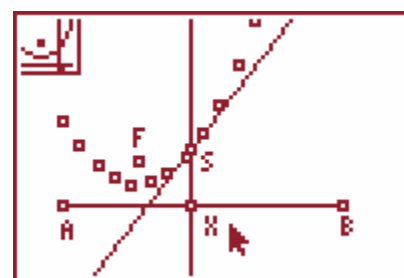
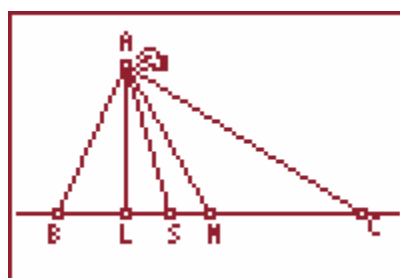
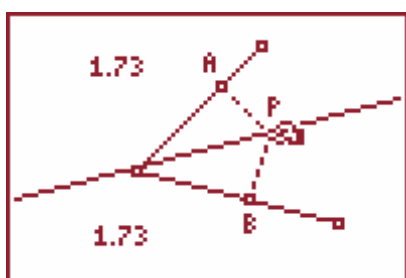


# Interactieve meetkunde met Cabri Junior

in de eerste en tweede graad

*Koen Stulens*

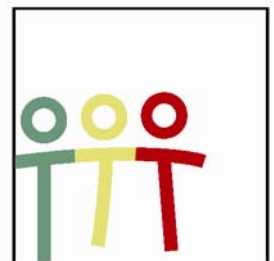


**INTERACTIEVE MEETKUNDE MET**

**Cabri Junior**



*Koen Stulens*  
UHasselt



**T<sup>3</sup> EUROPE**



# Voorwoord

Even wat geschiedenis om te starten.

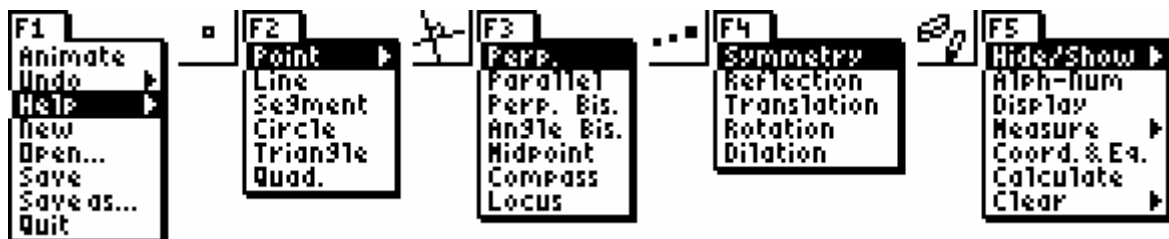
Cabri Geometry werd gepubliceerd in 1988. Het was het eerste voorbeeld van software waarin meetkundige constructies konden uitgevoerd worden en die ook dynamisch verplaatst konden worden over het computerscherm terwijl alle meetkundige eigenschappen bewaard bleven.

De update was Cabri Geometry II en gelijktijdig ontstond een versie van Cabri voor de TI-92, zeer gelijkend op de eerste versie uit 1988 en de eerste dynamische meetkundesoftware op een handheld.

Cabri Junior is de versie van Cabri voor de grafische rekenmachines TI-83/84 Plus (Silver Edition). De naam Junior laat een beperking vermoeden in vergelijking met de computerversie. Deze beperking komt doordat het moet werken op de net vermelde grafische rekenmachines. Maar dit wil niet zeggen dat Cabri Junior niet bruikbaar is in de dagelijkse klassituatie, hetgeen we willen tonen met de hierna behandelde voorbeelden.

Ook Cabri Junior is een tool om leerlingen te motiveren zelf meetkundige eigenschappen en relaties te ontdekken en te onderzoeken. Ze leren terwijl zij figuren construeren, ze kunnen achtereenvolgens hypotheses formuleren en testen om zo hun conclusies te trekken.

Bovendien is het mogelijk figuren aan te maken in de software Cabri Geometry II Plus en deze te versturen naar de grafische rekenmachine en omgekeerd. Vanzelfsprekend kan dit alleen voor constructies die gebruik maken van functies die ook in Cabri Junior beschikbaar zijn.



Een handleiding van Cabri Junior (en de TI-84 Plus) is beschikbaar via [education.ti.com/guides](http://education.ti.com/guides).



# Inhoud

<b>1</b>	<b>De menu-structuur</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Eigenschappen van middelloodlijnen en bissectrices</b>	<b>9</b>
2.1	Middelloodlijn van een lijnstuk	9
2.2	Bissectrice van een hoek	11
<b>3</b>	<b>Metten van hoeken</b>	<b>12</b>
3.1	Binnenhoeken van een driehoek	12
3.2	Buitenhoeken van een driehoek	13
<b>4</b>	<b>Speciale lijnen in een driehoek</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>De Stelling van Thales</b>	<b>16</b>
5.1	Evenwijdige projectie	16
5.2	De Stelling van Thales	16
5.3	Een lijnstuk in drie gelijke delen verdelen	16
<b>6</b>	<b>Gelijkvormige driehoeken</b>	<b>17</b>
<b>7</b>	<b>Constructie van een cirkel</b>	<b>18</b>
<b>8</b>	<b>De parabool als meetkundige plaats</b>	<b>20</b>
<b>9</b>	<b>Transformaties</b>	<b>22</b>
9.1	Verschuiving	22
9.2	Spiegeling	23
9.3	Draaiing	23
9.4	Homothetie	24
<b>10</b>	<b>Transformaties in het vlak</b>	<b>25</b>
10.1	Verschuiving	25
10.2	Spiegeling	25
10.3	Homothetie	25
10.4	Draaiing	26



# 1. De menu-structuur

Met Cabri Junior kunt u:

- punten, rechten, lijnstukken, cirkels, driehoeken en vierhoeken tekenen,
- loodlijnen, evenwijdige rechten, middelloodlijnen, bissectrices en meetkundige plaatsen tekenen,
- transformaties uitvoeren zoals, verplaatsingen, spiegelingen, rotaties en homotheties,
- afstand, omtrek en oppervlakte berekenen,
- coördinaten en vergelijkingen van rechten en cirkels bepalen.

Al deze commando's vindt u in menu's die geactiveerd kunnen worden met de functietoetsen F1 tot en met F5 behorende bij de grafische toetsen juist onder het scherm. Voor het activeren volstaat het enkel de grafische toetsen in te drukken.

Een menu blijft actief tot een ander menu geactiveerd wordt of totdat op **CLEAR** wordt gedrukt.

Navigeren in een menu gebeurt met de toetsen **▼** **▲**. **▶** opent submenu's. Een menu-item wordt geselecteerd met **ENTER** of door het indrukken van het corresponderende volgnummer (deze wordt echter niet getoond).

Voor we de menu's kort overlopen nog enkele specifieke functies:

**CLEAR** Verlaten van menu's en activeren van de pointer.  
3 x **CLEAR** na mekaar = het scherm wissen.

**DEL** Verwijderen van bepaalde objecten. Indien **DEL** niet werkt, gebruik F5: CLEAR.

**2nd** Verwisselen van keuzes in dialoogvensters (of met **◀ ▶**).

**ALPHA** Verslepen van objecten.

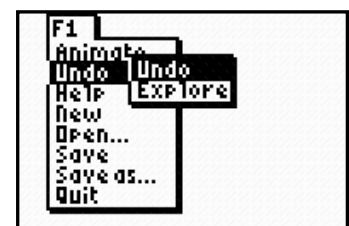
## F1: Tools-menu

In dit menu bevindt zich o.a. het UNDO-commando om een juist uitgevoerde handeling ongedaan te maken.

Met het EXPLORE-commando kan de constructie stap voor stap bekeken worden.

Met F1 is het mogelijk Cabri-bestanden te bewaren of te openen.

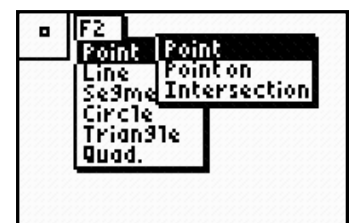
Het ANIMATE-commando laat toe tijdens een animatie figuren te veranderen, dit in tegenstelling tot de PC-versie.



## F2: Figurenmenu

Zowel het tekenen van een lijnstuk (SEGMENT), een rechte (LINE) als een cirkel (CIRCLE) zijn gebaseerd op twee punten. Voor de cirkel is één punt het middelpunt en het ander het radiuspunt.

QUAD. (= Quadrilateral) staat voor vierhoek.



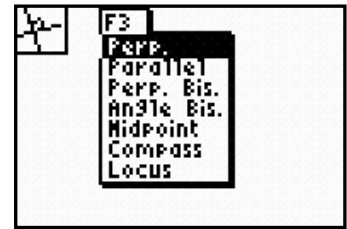


### **F3: Constructiemenu**

In Cabri Junior worden de te tekenen objecten getoond vooraleer met **ENTER** het object definitief in de figuur wordt geplaatst.

Het middelpunt (MIDPOINT) en de middelloodlijn (PERP. BIS.) kunnen bepaald worden voor twee punten of voor een lijnstuk.

Het COMPASS-commando past de afstand tussen twee punten af vanuit een punt.



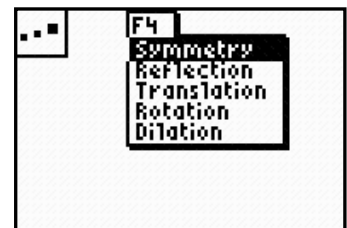
PERP. (Perpendicular) staat voor loodlijn, PERP. BIS (Perpendicular Bisector) voor middelloodlijn, ANGLE BIS. (Angle Bisector) voor bissectrice en LOCUS voor meetkundige plaats.

### **F4: Transformatiemenu**

SYMMETRY spiegelt een object om een punt en REFLECTION om een rechte.

TRANSLATION maakt gebruik van een georiënteerd lijnstuk (van begin naar eindpunt) om te verschuiven. En ROTATION en DILATION (homothetie) maken gebruik van een punt en een getal (zie F5).

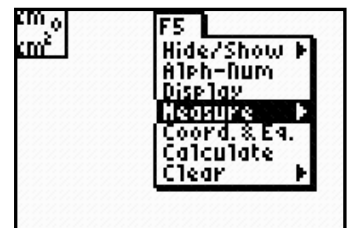
Bij het uitvoeren van een transformatie is het best altijd eerst het te transformeren object te selecteren.




### **F5: Schermmenu**

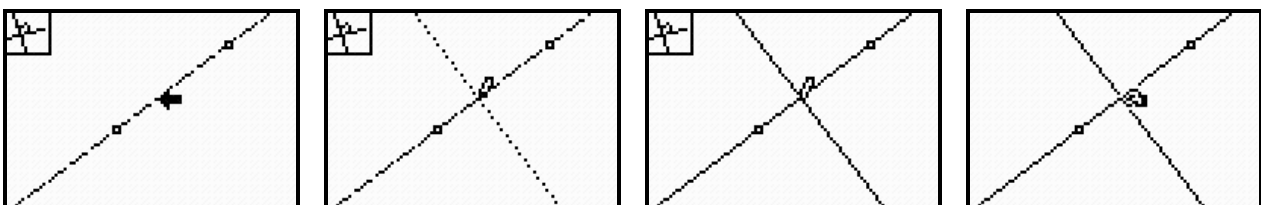
Het schermmenu laat toe:

- objecten te verbergen (HIDE/SHOW),
- commentaar en getallen (ALPH-NUM) op het scherm te plaatsen,
- de lay-out van objecten te veranderen (DISPLAY),
- te meten (MEASURE),
- coördinaten en vergelijkingen (COORD. & EQ.) te tonen,
- berekeningen (+, -, x, ÷ en  $\sqrt{\quad}$ ) met getallen op het scherm (CALCULATE) en
- objecten te verwijderen (CLEAR).



Bij het tekenen van objecten en het maken van een constructie is het zeer zinvol te kijken naar de vorm van de cursor. Het is niet zoals bij de PC-versie dat er boodschappen verschijnen. Deze boodschappen zitten verscholen in de lay-out van de cursor.

Ook heeft ieder commando een bijhorend pictogram, hetgeen getoond wordt in de linkerbovenhoek van het scherm. Enkel als de pointer, , actief is, staat er geen pictogram.

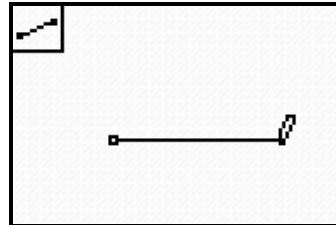
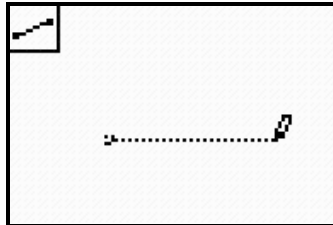
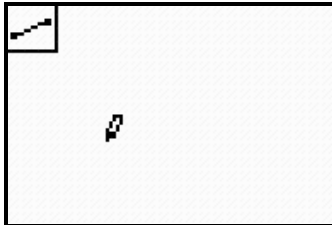


Het uitvoeren van een commando of het selecteren van objecten gebeurt na het indrukken van **ENTER**. In wat volgt zullen we dit niet telkens vermelden.

## 2. Eigenschappen van middelloodlijnen en bissectrices

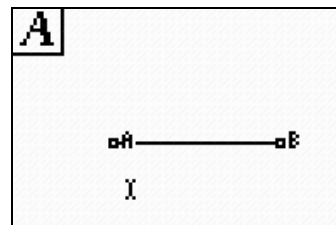
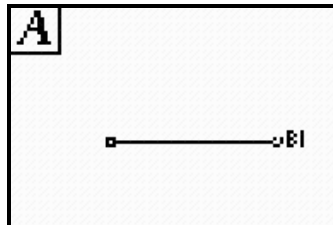
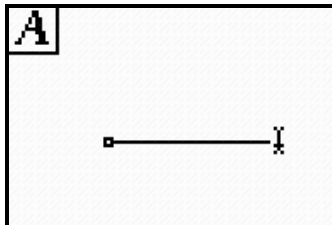
### 2.1 Middelloodlijn van een lijnstuk

a. Selecteer F2:SEGMENT en plaats de cursor waar je het beginpunt wil plaatsen. Bevestig met **ENTER**.



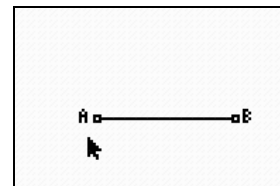
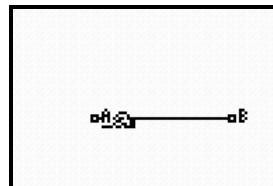
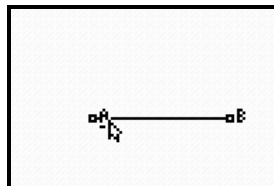
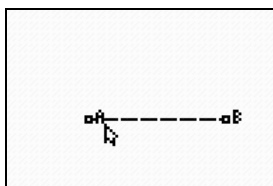
b. Verplaats de cursor om het eindpunt vast te leggen met **ENTER**.

c. Benoem het begin- en eindpunt respectievelijk met A en B. Selecteer F5:ALPH-NUM en plaats de cursor in de buurt van het punt dat je wil benoemen. Het punt zal beginnen flikkeren. Druk **ENTER** en tik de naam van het punt in.

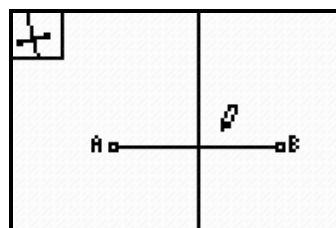
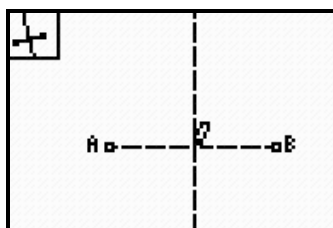
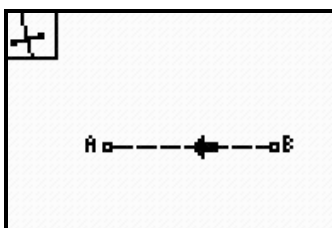


d. Merk op dat de naam A in het lijnstuk valt. Om dit label te verplaatsen, druk eerst **CLEAR**. Plaats de cursor in de buurt van het label zodat dit wordt onderstreept. Indien het beginpunt en/of het lijnstuk flikkert, sta je niet dicht genoeg bij het label.

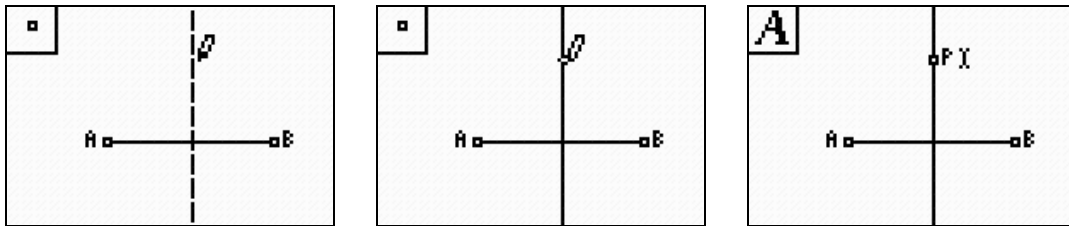
Druk **ALPHA** en versleep het label en bevestig met **ENTER**.



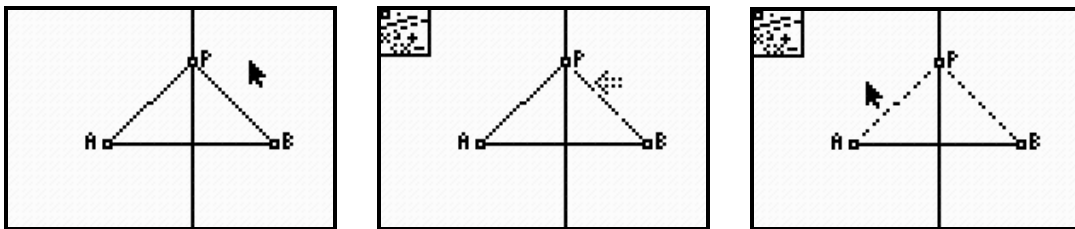
e. Selecteer F3:PERP. BIS., selecteer het lijnstuk, druk **ENTER** en verplaats de cursor van het snijpunt af.



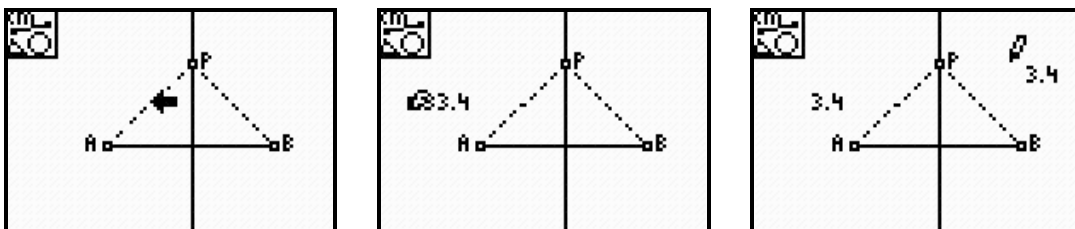
- f. Plaats vervolgens een punt P (F1:POINT-POINT of F1:POINT-POINT ON) op de getekende middelloodlijn.



- g. Construeer [AP] en [BP] (F2:SEGMENT). We veranderen de lay-out van deze segmenten met de F5:DISPLAY: selecteer een segment en druk **ENTER**.



- h. Meet de lengte van [AP] en [BP]: selecteer F5:MEASURE-D.&LENGTH, een lijnstuk en druk **ENTER**. Conclusie?



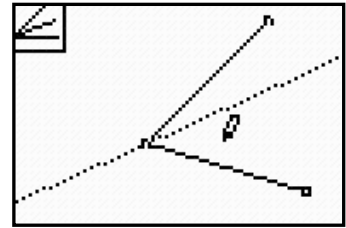
- i. Druk op **CLEAR**, selecteer en versleep het punt P. Wat gebeurt er met de afstanden berekend in h?



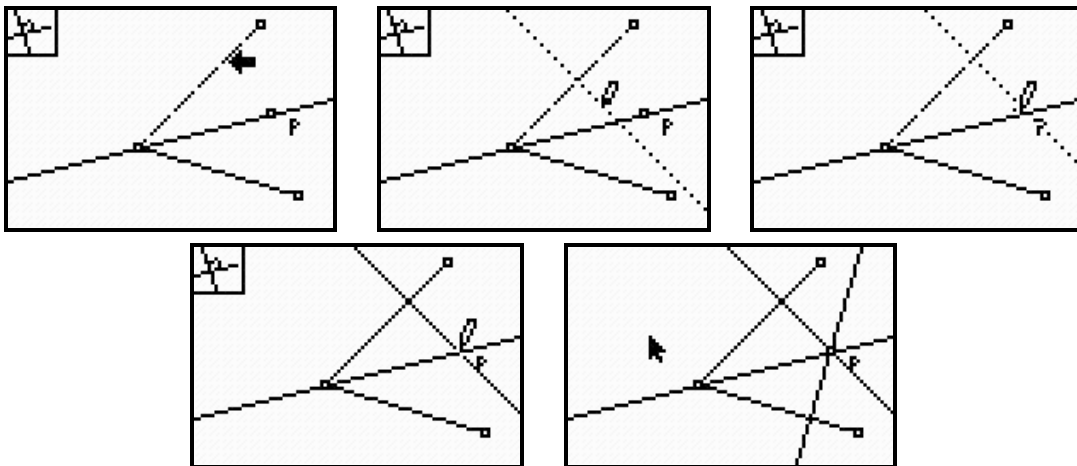
- j. Plaats een punt Q niet op de middelloodlijn en bepaal de afstand van [AQ] en van [BQ]. Verplaats Q zonder op de de middelloodlijn te komen en vergelijk in dit geval de afstanden. Conclusie?

## 2.2 Bissectrice van een hoek

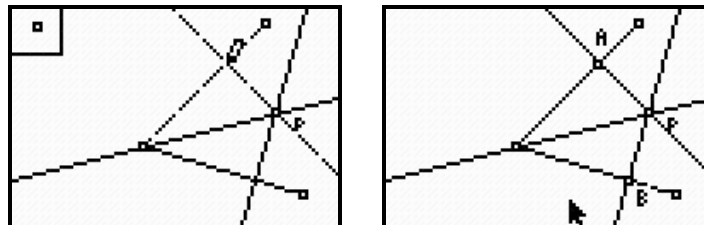
- a. Teken twee lijnstukken met hetzelfde beginpunt.
- b. Teken de bissectrice van de hoek gevormd door deze lijnstukken <sup>(1)</sup> met F2:ANGLE BIS. Selecteer hiervoor eerst een eindpunt, dan het gemeenschappelijke beginpunt en vervolgens het andere eindpunt. Merk op dat na het selecteren van het tweede punt er al een virtuele bissectrice wordt getekend met als derde punt de positie van de cursor.



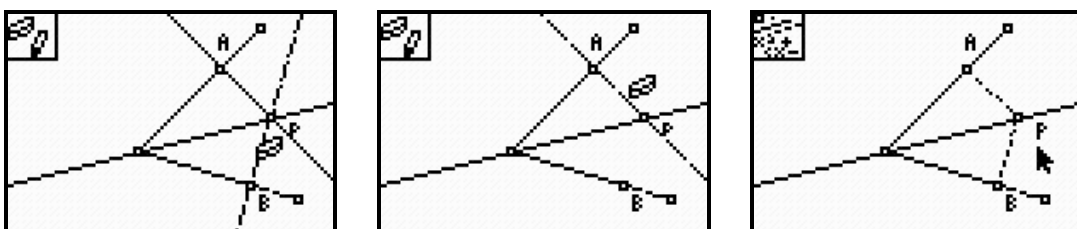
- c. Teken een punt P op de bissectrice en door P loodlijnen op de lijnstukken (F3:PERP.): selecteer eerst een lijnstuk en dan het punt P. Ook hier wordt na het selecteren van een lijnstuk al een virtuele loodlijn getekend.



- d. Bepaal de snijpunten van de loodlijnen met de lijnstukken zoals hieronder aangegeven. Dit kan met F2:POINT-POINT door met de cursor in de buurt van het snijpunt te komen. Indien dit niet lukt, gebruik dan F2:POINT-INTERSECTION en selecteer hiermee de objecten die het snijpunt bepalen.



- e. Verberg beide loodlijnen: selecteer F5:HIDE/SHOW en loodlijnen.  
Teken [AP] en [BP] in stippellijn.



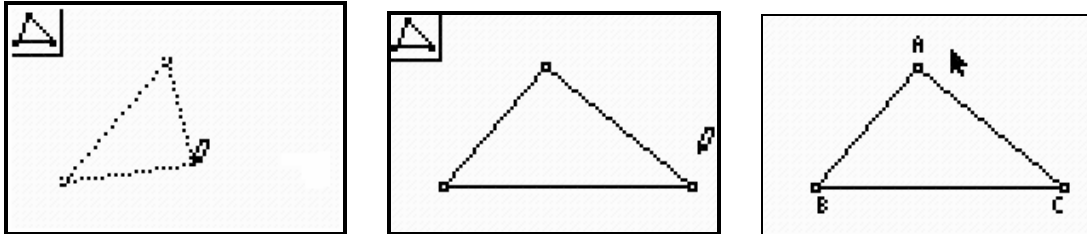
- f. Meet [AP] en [BP]. Wat kan je verwachten?  
Blijft je vermoeden gelden bij het verslepen van P?  
En wat als P niet op de bissectrice ligt?

<sup>1</sup> Omdat Cabri Junior geen optie halfrechte heeft, werken we met lijnstukken voor de benen van een hoek i.p.v. met halfrechten.

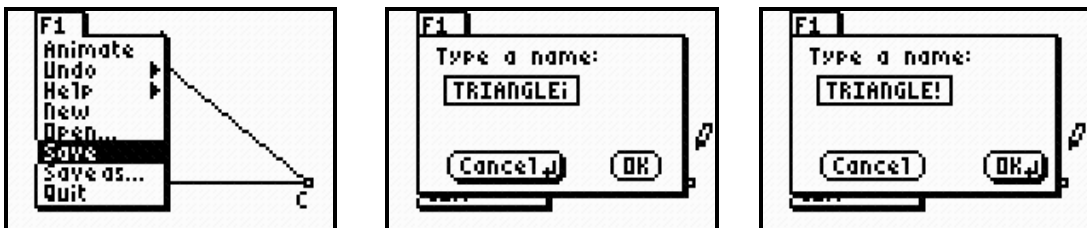
### 3. Meten van hoeken

#### 3.1 Binnenhoeken van een driehoek

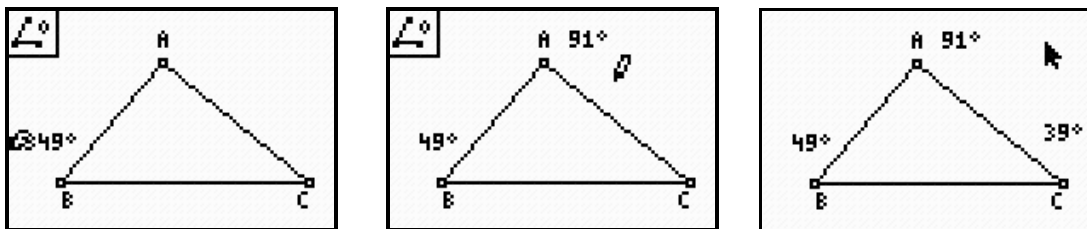
a. Teken een driehoek  $\triangle ABC$  (F2:TRIANGLE) zoals hieronder aangegeven.



b. Bewaar deze figuur als TRIANGLE. (  $\text{2nd}$  of  $\leftarrow$   $\rightarrow$  = veranderen tussen Cancel en OK.)

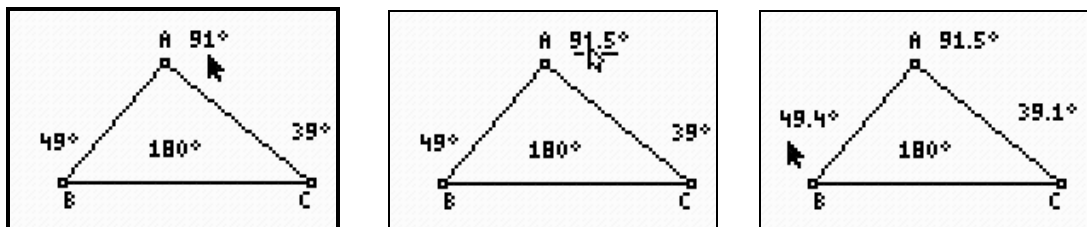


c. Meet de drie hoeken (F5:MEASURE-ANGLE). Voor  $\angle ABC$  selecteer eerst A, dan B het hoekpunt en vervolgens C.

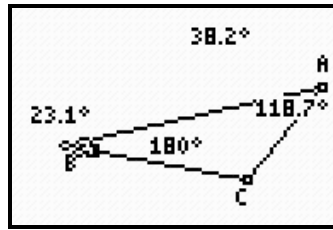
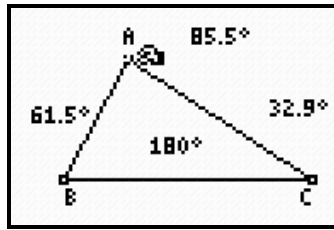


d. Maak de som (F5:CALCULATE). Selecteer eerst de drie getallen en druk op  $\text{+}$ . Merk op dat de som  $180^\circ$  is terwijl  $49 + 91 + 39 = 179$ . Dit heeft te maken met afrondingen.

De hoekgrootten kunnen tot op twee decimalen na de komma berekend worden. Selecteer (pointer aan -  $\text{CLEAR}$ ) een grootte en druk op  $\text{+}$  of  $\text{-}$ .

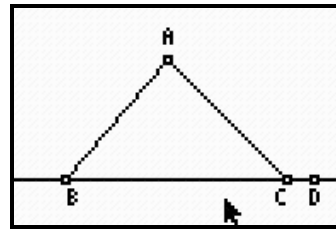
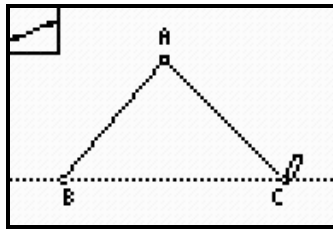
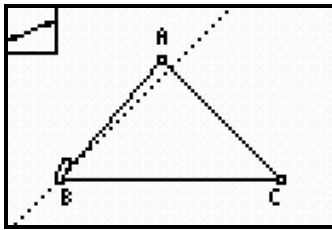


e. Versleep één of meerdere hoekpunten. Conclusie?

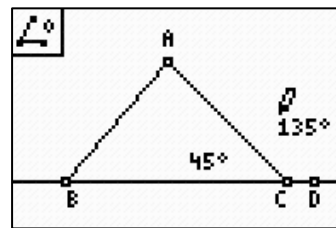


### 3.2 Buitenhoeken van een driehoek

- Open de bewaarde figuur TRIANGLE: F1: NEW.
- Teken de rechte BC, F2:LINE: selecteer punt B en vervolgens punt C.  
Teken een punt D op de rechte zoals hier onder aangegeven.

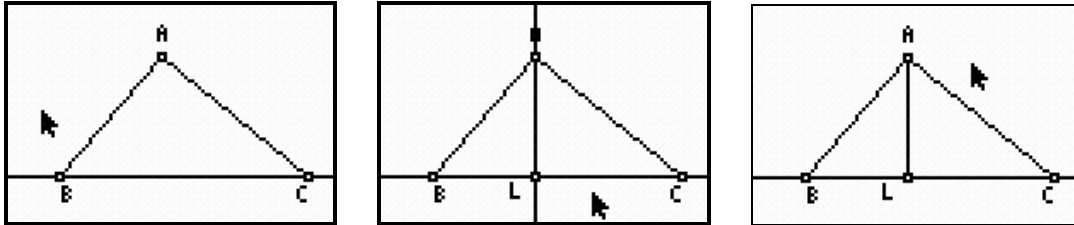


- Meet de hoeken  $\angle ACD$  en  $\angle ACB$  en maak de som. Verplaats het punt A. Conclusie?
- Teken en meet ook voor de andere hoekpunten een buitenhoek. Wat is de som van deze drie buitenhoeken? Verklaar!

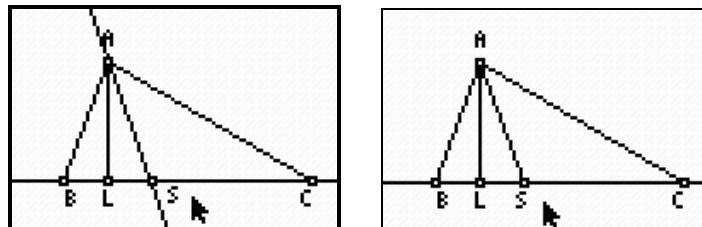


## 4. Speciale lijnen in een driehoek

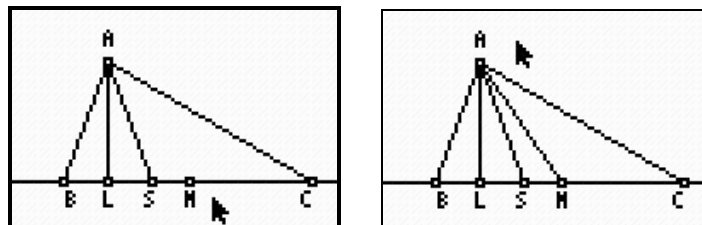
- Open de bewaarde figuur TRIANGLE en teken de rechte BC.
- Teken de loodlijn vanuit A op deze rechte, de hoogtelijn vanuit A, en noem het snijpunt L.
- Verberg de loodlijn en teken [AL].



- Bepaal de bissectrice van de hoek  $\angle BAC$  en bepaal het snijpunt S van de bissectrice met de rechte BC. Verberg de bissectrice en teken [AS].



- Bepaal het midden M van [BC]: selecteer F2: MIDPOINT en achtereenvolgens de punten B en C. Teken [AM]. De rechte AM noemen we een zwaartelij van  $\triangle ABC$ .



### OPDRACHT 1

Wat merk je op i.v.m. de ligging van de hoogtelijn, de zwaartelij en de bissectrice (door eenzelfde hoekpunt) t.o.v. elkaar?

Is deze volgorde steeds het geval?

Kan één van deze rechten buiten de driehoek vallen of samenvallen met een zijde van de driehoek?

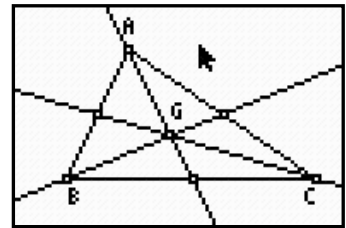
Vallen bovenstaande rechten ooit samen? Zo ja, in welk geval?

### OPDRACHT 2

Teken de driehoeken  $\triangle AMB$  en  $\triangle AMC$  en bepaal de oppervlakte van beide driehoeken. Conclusie? Verklaar!

### OPDRACHT 3

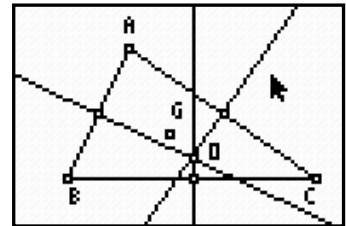
- (i) Bepaal het snijpunt G van twee zwaartelijnen. Teken de derde zwaartelijne. Overtuig je zelf dat deze drie zwaartelijnen concurrent zijn! Het gemeenschappelijke snijpunt noemt men het zwaartepunt.



Meet de afstand van A tot G en van G tot het midden van de overstaande zijde van A. Doe dit ook voor de andere hoekpunten. Conclusie?

Verberg de zwaartelijnen.

- (ii) Bepaal het snijpunt O van de middelloodlijnen op twee zijden en overtuig je zelf dat de middelloodlijn op de derde zijde ook door dit punt, het omcentrum, gaat.



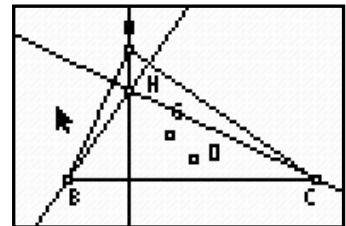
Ligt dit omcentrum steeds in de driehoek? Bespreek!

Teken een cirkel met straal het omcentrum en als middelpunt een willekeurig hoekpunt. Conclusie?

Verberg de cirkel en teken de driehoek bepaald door de middens van de zijden. Conclusie?

Verberg de kleine driehoek, de middelloodlijnen en de middens van de zijden.

- (iii) Bepaal het snijpunt H van twee hoogtelijnen (hoogtepunt of orthocentrum) en ga na dat ook de derde hoogtelijn door het hoogtepunt gaat.



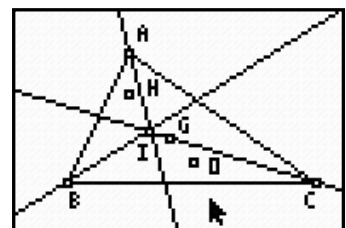
Ligt dit hoogtepunt steeds in de driehoek? Bespreek!

Teken de driehoek gevormd door de voetpunten van de hoogtelijnen. Conclusie?

Verberg de hoogtelijnen en de getekende driehoek.

- (iv) Wat kan je concluderen over de ligging van het zwaartepunt, het hoogtepunt en het omcentrum?

- (v) Bepaal het snijpunt van de bissectrices van de hoeken van de driehoek. Dit snijpunt noemen we het incentrum.



Meet de afstand van het incentrum tot de zijden van de driehoek. Conclusie? Verklaar!

Het incentrum is het middelpunt van de ingeschreven cirkel die raakt aan de drie zijden van de driehoek. Deze raakpunten noemt men de punten van Gergonne. Teken deze cirkel.

Het zwaartepunt, het hoogtepunt en het omcentrum zijn altijd collineair. De rechte door deze punten is de rechte van Euler.

Wanneer ligt het incentrum op de rechte van Euler?

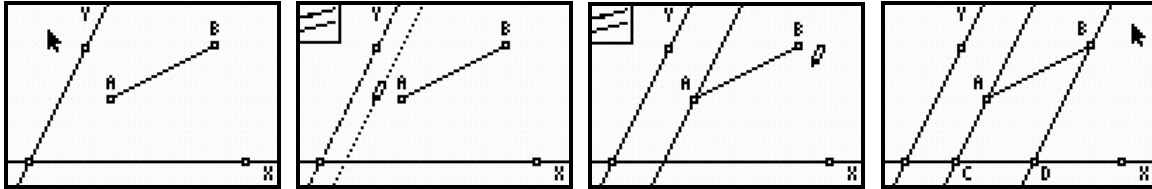


## 5. De Stelling van Thales

### 5.1 Evenwijdige projectie

- a. Teken twee snijdende rechten  $x$  en  $y$  en  $[AB]$  zoals hieronder aangegeven.

Teken een evenwijdige aan  $y$  door  $A$  en een evenwijdige aan  $y$  door  $B$  en noem de snijpunten met  $x$  respectievelijk de punten  $C$  en  $D$ . Voor bv. het tekenen van een evenwijdige door  $A$ , selecteer eerst de rechte  $y$  en dan het punt  $A$  (of omgekeerd).



- b.  $[CD]$  noemt men de projectie van  $[AB]$  volgens  $y$  op  $x$ .

Is de projectie van een lijnstuk altijd een lijnstuk? Zo nee, wanneer niet?

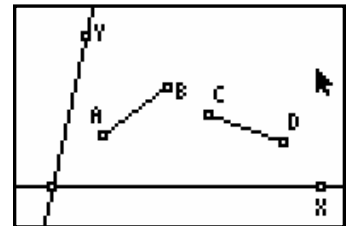
- c. Wanneer is de lengte van de projectie gelijk aan de lengte van het oorspronkelijke lijnstuk? Kan de lengte van de projectie nul zijn? Zo ja, wanneer?

### 5.2 De Stelling van Thales

- a. Teken twee snijdende rechten en twee lijnstukken zoals hiernaast aangegeven.

- b. Bepaal de lengte van beide lijnstukken en bereken de verhouding van deze lengten.

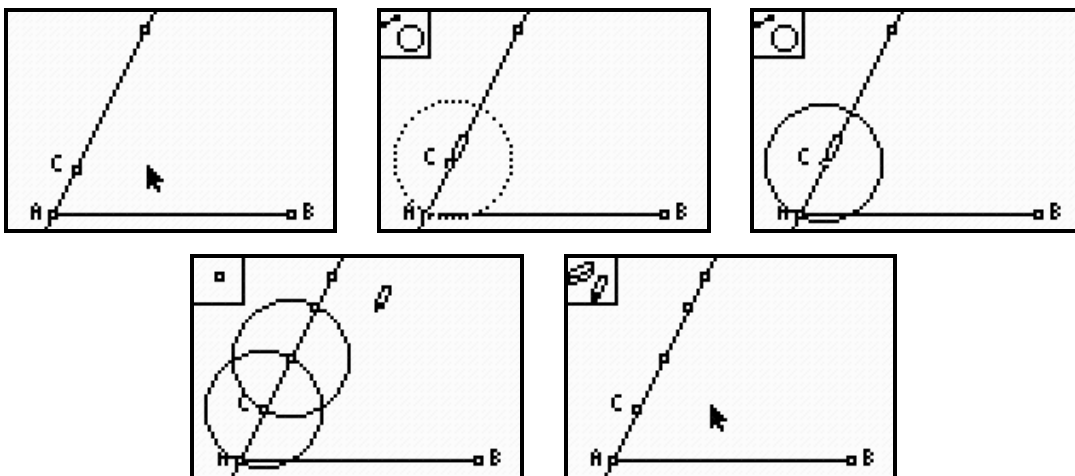
- c. Construeer de projecties, evenwijdig aan  $y$ , van deze lijnstukken, bereken de lengten van de projecties en hun verhouding. Conclusie? Wat als we de rechte  $x$  en/of  $y$  verplaatsen?



### 5.3 Een lijnstuk in drie gelijke delen verdelen

- a. Teken een lijnstuk  $[AB]$  en door het beginpunt een rechte die niet samenvalt met  $[AB]$ .

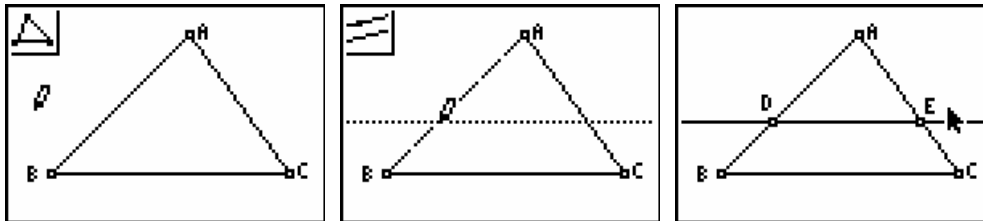
- b. Teken op de rechte een punt  $C$  en pas de afstand tussen  $A$  en  $C$  af vanuit  $C$  met F3:COMPASS. Voor het afpassen met het COMPASS-commando selecteer achtereenvolgens  $A$ ,  $C$  en opnieuw  $C$ . Pas deze afstand nogmaals af vanuit het juist geconstrueerde punt.



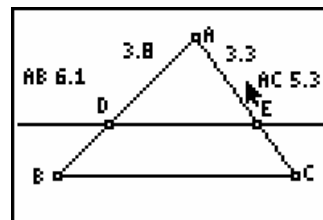
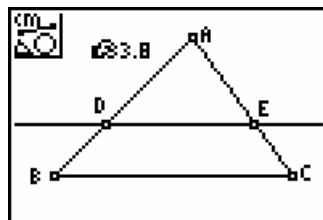
Verberg de cirkels en gebruik de stelling van Thales om  $[AB]$  in drie gelijke delen te verdelen.

## 6. Gelijkvormige driehoeken

- Teken de driehoek  $\triangle ABC$ , F2:TRIANGLE, en benoem de hoekpunten, F5:ALPH-NUM.
- Teken een punt D op [AB] en een evenwijdige rechte, F3:PARALLEL, door D met BC. Benoem het snijpunt, F2:POINT-INTERSECTION, van de getekende evenwijdige met [AC] als E.

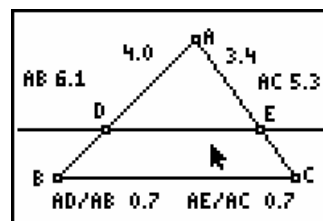
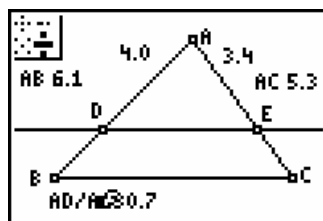


- Bereken de volgende afstanden, F5:MEASURE-D.&LENGTH:  $|AD|$ ,  $|AB|$ ,  $|AE|$  en  $|AC|$ .
- Plaats bij  $|AB|$  en  $|AC|$  de hieronder afgebeelde commentaar (F5:ALPH-NUM).



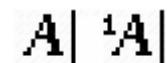
- Bereken, met F5:CALCULATE, de verhoudingen  $\frac{|AD|}{|AB|}$  en  $\frac{|AE|}{|AC|}$ .

Selecteer hiervoor eerst de getallen en druk op [=].



Wat concludeer je uit deze berekeningen? Wat als we D verplaatsen? Verklaar!

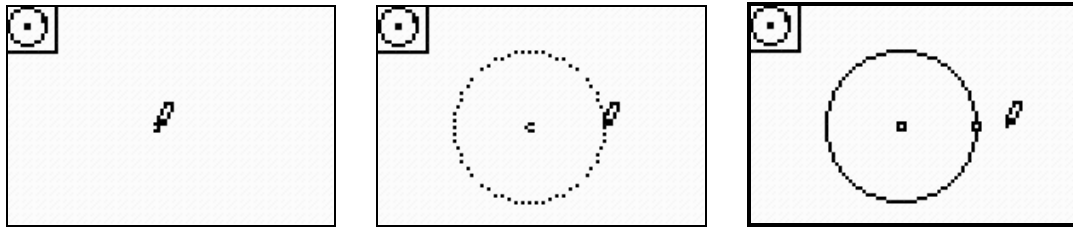
Om in commentaar numerieke tekens in te voeren, druk  $\boxed{\text{ALPHA}}$  in, met F5:ALPH-NUM actief. Opnieuw drukken op  $\boxed{\text{ALPHA}}$  activeert weer de letter-mode.



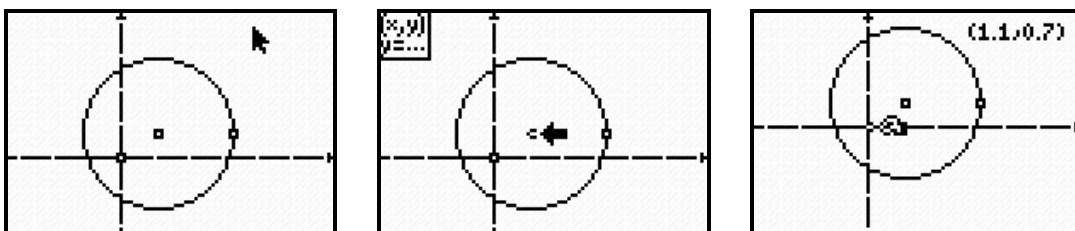
- Bereken de verhoudingen  $\frac{|AD|}{|AB|}$  en  $\frac{|DE|}{|BC|}$ . Verklaar!
- Bereken de verhoudingen  $\frac{|AD|}{|DB|}$  en  $\frac{|AE|}{|EC|}$ . Verklaar!

## 7. Constructie van een cirkel

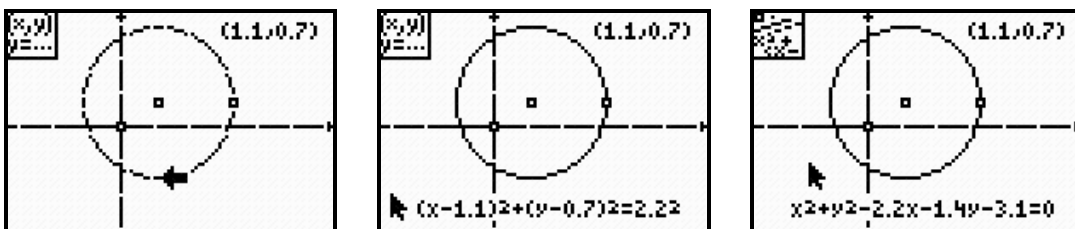
Een cirkel, F2:CIRCLE, is in Cabri Junior opgebouwd d.m.v. twee punten. Eerst wordt het middelpunt getekend en vervolgens het radiuspunt dat de grootte van de straal bepaalt.



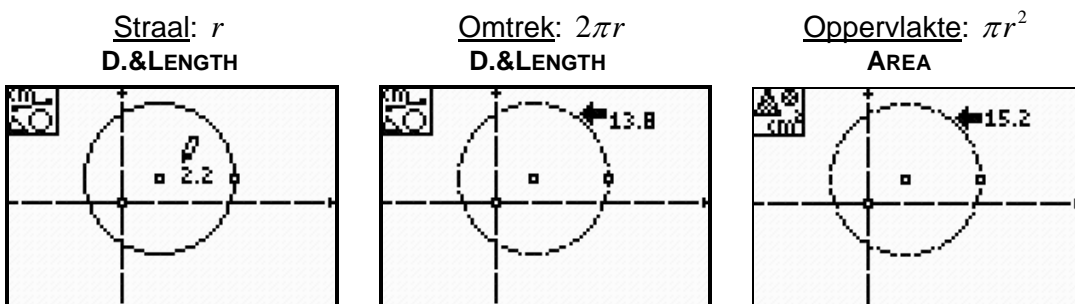
We kunnen deze cirkel ook in een assenstelsel plaatsen met F5:HIDE/SHOW-AXES. We tonen de coördinaten van het middelpunt met F5:CORD. & EQ. Merk op dat indien we de oorsprong van het assenstelsel verslepen de cirkel automatisch meebeweegt.



Met F5:CORD. & EQ. tonen we ook de vergelijking van de cirkel (selecteer de cirkel). F5:Display maakt het mogelijk de vorm van deze vergelijking te veranderen.



We berekenen nog enkele karakteristieken met F5:MEASURE:



### OPDRACHT 1

Teken twee willekeurige punten en een cirkel door deze twee punten.

Bepaal de coördinaten van de twee punten en het middelpunt. Vind je een verband?

Is deze cirkel uniek? Wat is de voorwaarde voor het middelpunt?

### OPDRACHT 2

Teken drie willekeurige punten en een cirkel door deze punten. Is deze cirkel uniek?  
Kan je altijd een cirkel tekenen door drie willekeurige punten?

### OPDRACHT 3

Wanneer is het mogelijk om door een vier punten een cirkel te tekenen?  
Bepaal zo vier punten en teken de cirkel.

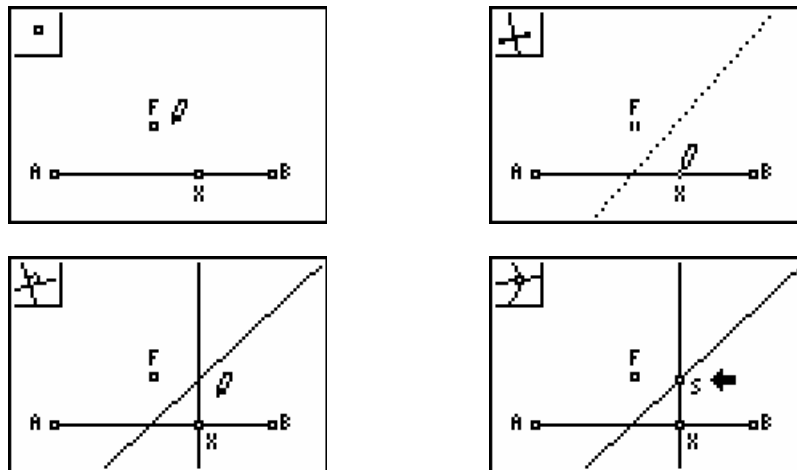
### OPDRACHT 4

Hoeveel punten zijn er minimaal nodig om een uniek punt te bepalen dat het middelpunt is van een cirkel door deze punten?

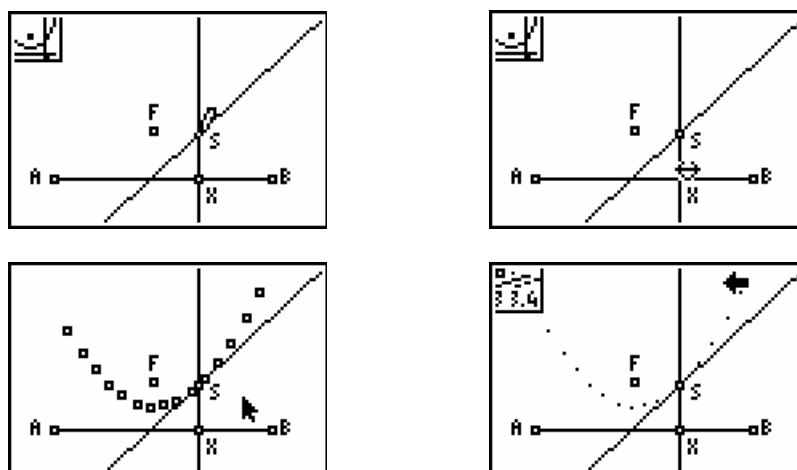
## 8. De parabool als meetkundige plaats

Een parabool is een meetkundige plaats van punten die even ver liggen van een rechte AB als van een punt F buiten deze rechte liggen. De rechte AB noemt met de richtlijn en het punt F het brandpunt van de parabool.

- Teken een lijnstuk (F2:SEGMENT) en een punt (F2:POINT) niet gelegen op dit lijnstuk. Benoem de eindpunten van het lijnstuk als A en B en het punt als F (F5:ALPH-NUM).
- Plaats een punt X op het lijnstuk (F2:POINT-POINT ON)
- Teken de middelloodlijn tussen F en X (F3:PERP. BIS.) en een loodlijn (F3:PERP) op AB door het punt X.
- Bepaal het snijpunt S (F2:POINT-INTERSECTION) van de middelloodlijn en de loodlijn.

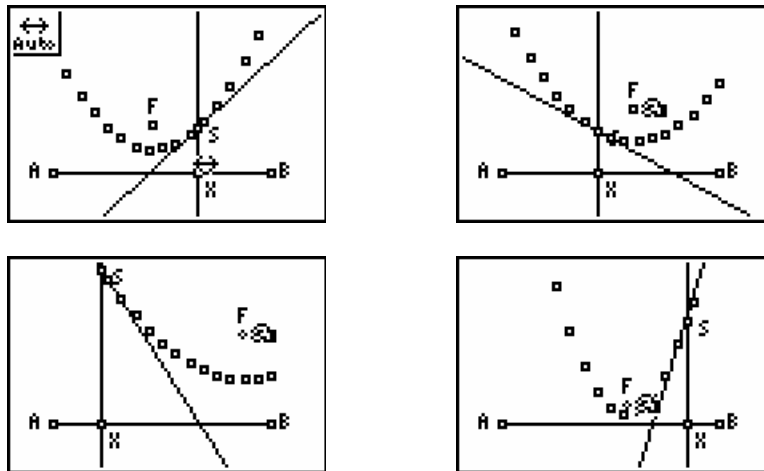


- Teken de meetkundige plaats bepaald door S als X varieert op [AB] (F3:LOCUS). Selecteer eerst het punt S en dan het punt X. De meetkundige plaats wordt getekend. Met de optie DISPLAY van het F5-menu kan de lay-out van de meetkundige plaats veranderd worden.

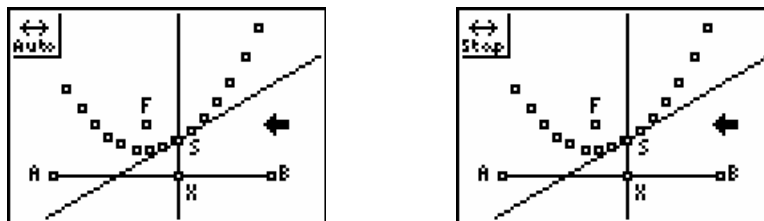


- f. Voer met het punt X een animatie uit (F1:ANIMATE). De meetkundige plaats verandert automatisch mee. Merk op dat de middelloodlijn de raaklijn is aan de parabool.

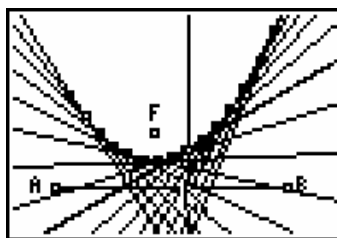
Tot nu toe uniek in Cabri Junior is dat tijdens de animatie bv. het punt F kan verplaatst worden.



Om de animatie te stoppen selecteren we opnieuw F1: ANIMATE. Door op **2nd** te drukken verandert in de ANIMATE-icoon AUTO in STOP. **ENTER** stopt de animatie.



Bepaal om de omhullenden te tekenen de meetkundige plaats van de middelloodlijn als X varieert op het lijnstuk.

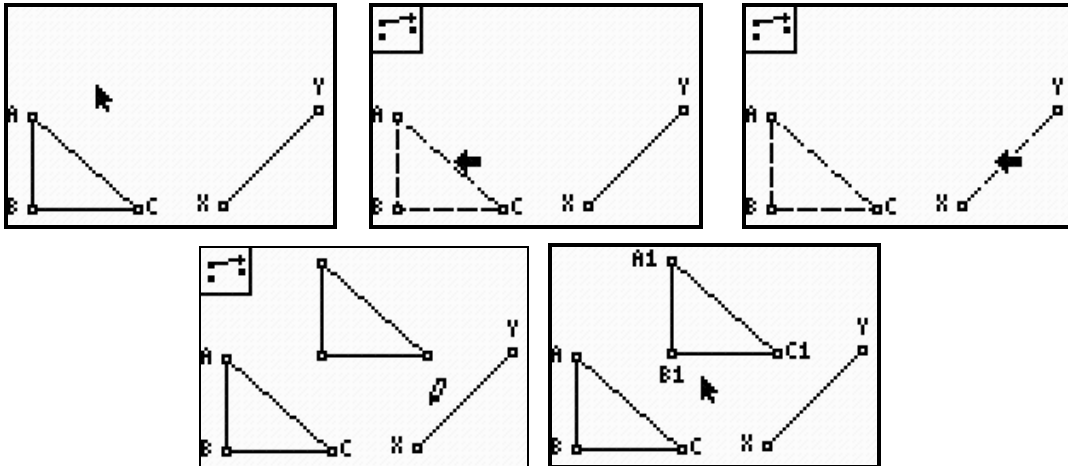


## 9. Transformaties

### 9.1 Verschuiving

- a. Teken een driehoek en een lijnstuk zoals hieronder aangegeven en verschuif de driehoek  $\triangle ABC$  volgens  $[XY]$  (georiënteerd van begin- naar eindpunt) met F4:TRANSLATION. Selecteer eerst de driehoek en vervolgens het lijnstuk.

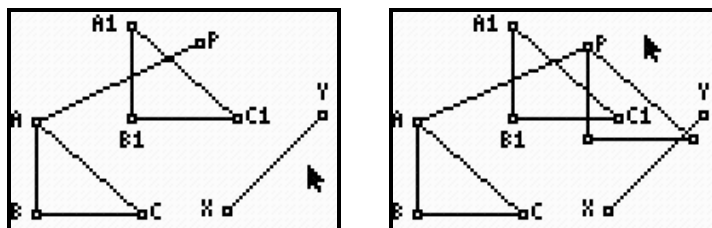
Noem het beeld de driehoek  $\triangle A_1B_1C_1$ . Denk eraan vooraleer 1 in te drukken, eerst **[ALPHA]** in te drukken.



Het is ook mogelijk begin- en eindpunt te selecteren i.p.v. een lijnstuk. Maar in dit geval is de volgorde van selectie belangrijk.

- b. Teken een nieuw lijnstuk  $[AP]$  en verschuif de driehoek  $\triangle ABC$  volgens  $[AP]$ .

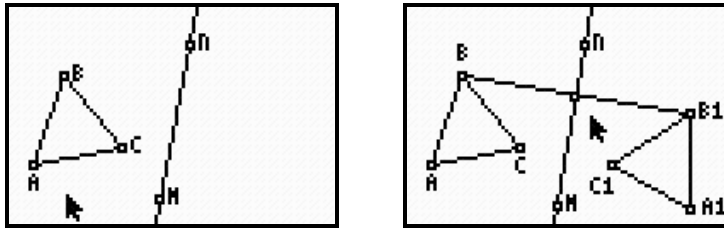
Versleep P totdat het beeld van de driehoek  $\triangle ABC$  volgens  $[AP]$  samenvalt met de driehoek  $\triangle A_1B_1C_1$ . Is  $[AP]$  uniek? Verklaar!



- c. Ga na welke van de volgende eigenschappen van de oorspronkelijke figuur behouden blijven onder een translatie: Omtrek, Oppervlakte, Hoeken.

## 9.2 Spiegeling

- a. Vertrek van de onderstaande situatie en spiegel (F4:Reflection) de driehoek om de as MN: selecteer eerst de driehoek en dan de spiegelas.



- c. Vergelijk de afstand van B tot de spiegelas met de afstand B1 tot de spiegelas. Doe dit ook voor de andere corresponderende hoekpunten.
- d. Ga na welke van de volgende eigenschappen van de oorspronkelijke figuur behouden blijven onder een spiegeling: Omtrek, Oppervlakte, Hoeken.
- e. Kan een verschuiving gebruikt worden om hetzelfde beeld te bekomen als bij een spiegeling?
- f. Opdracht

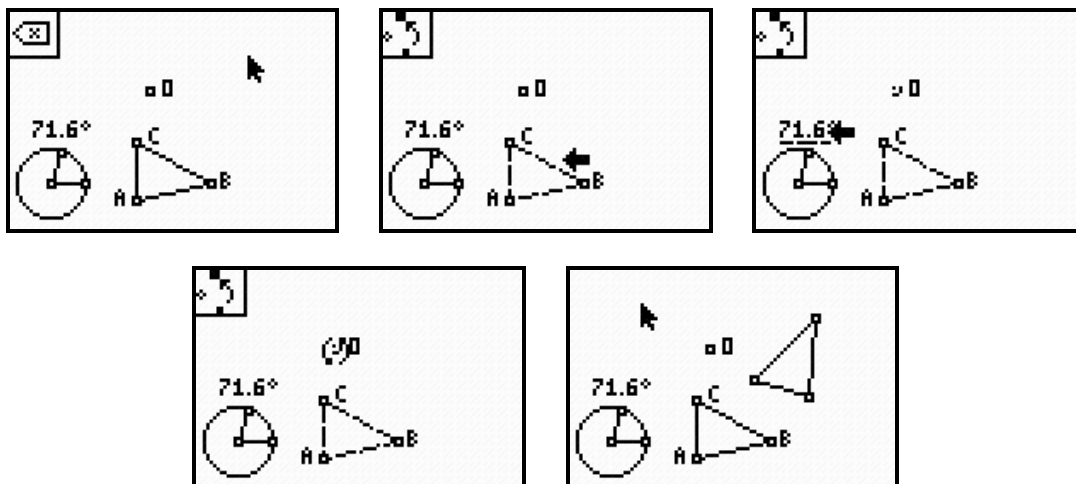
Voer een samenstelling van twee spiegelingen uit over twee parallelle spiegelassen.

- (i) Bepaal een verschuiving die equivalent is met deze samenstelling.
- (ii) Door welk georiënteerd lijnstuk wordt deze verschuiving bepaald? Geef lengte, richting en zin.



## 9.3 Draaiing

- a. Voor een draaiing hebben we een punt nodig als centrum en een (georiënteerde) hoek. Voor het roteren (F4:ROTATION), selecteer eerst het te roteren object (in ons voorbeeld de driehoek), dan het centrum en vervolgens de rotatiehoek. Dit laatste kan met het selecteren van drie punten of met een numerieke waarde, al dan niet verbonden met een hoek. Voor het veranderen van een onafhankelijke numerieke waarde, selecteer F5:ALPH-NUM, plaats de cursor op het getal en druk **ENTER**.



- b. Ga na welke van de volgende eigenschappen van de oorspronkelijke figuur behouden blijven onder een draaiing: Omtrek, Oppervlakte, Hoeken.

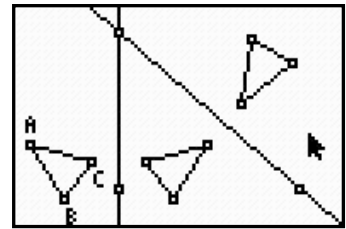


c. Kan een verschuiving of spiegeling gebruikt worden om hetzelfde beeld te bekomen als bij een draaiing?

d. Opdracht

Voer een samenstelling van twee spiegelingen uit over twee snijdende spiegellijnen.

- (i) Bepaal een draaiing die equivalent is met deze samenstelling.
- (ii) Vergelijk de rotatiehoek met de hoek tussen de twee spiegellijnen. Conclusie?



### TUSSENDOOR

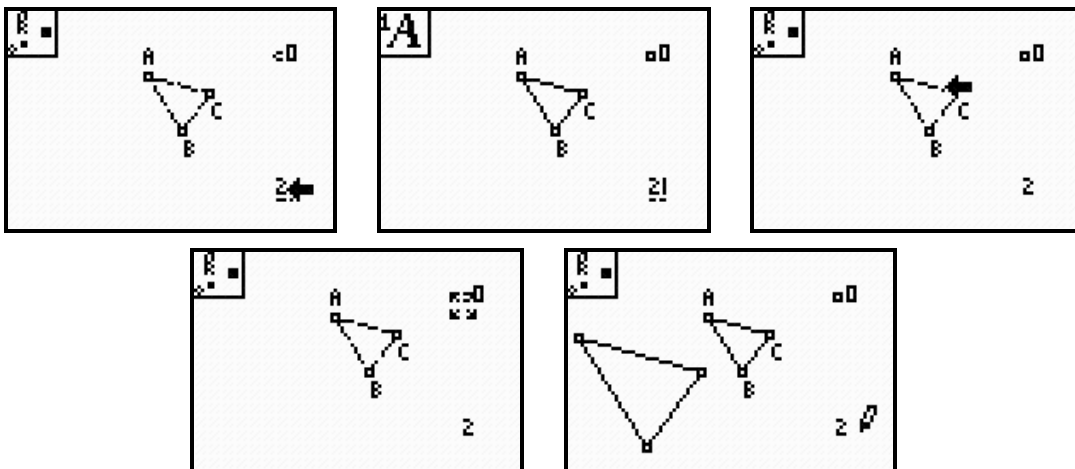
Veronderstel dat je slechts over één transformatie-tool kan beschikken. Wat zou jij dan kiezen om voorgaande transformaties uit te voeren: een translatie, een spiegeling of een rotatie?

Het voorgaande toont de volgende eigenschappen:

- Een verschuiving is de samenstelling van twee spiegelingen over evenwijdige spiegellijnen.
- Een rotatie is de samenstelling van twee spiegelingen over twee snijdende spiegellijnen.

## 9.4 Homothetie

a. Voor een homothetie hebben we een punt nodig als centrum en een numerieke waarde als schaalfactor (als afhankelijk of als onafhankelijk object). Voor het uitvoeren van een homothetie (F4:DILATION) selecteer eerst een object, hieronder de driehoek, dan het centrum en vervolgens de schaalfactor.



- b. Bereken de verhouding van de lengten van corresponderende zijden. Conclusie?
- c. Vergelijk de omtrek en de oppervlakte van beide driehoeken. Conclusie?
- d. Vergelijk de overeenkomstige hoeken van het origineel en het beeld. Conclusie?
- e. Wat als de schaalfactor negatief is?

## 10. Transformaties in het vlak

### 10.1 Verschuiving

- a. Teken t.o.v. een assenstelsel een punt A, een punt P en [OP].  
Bepaal de coördinaten van A en P.

- b. Verschuif A volgens [OP], noem het beeld A1 en bepaal de coördinaten van A1.

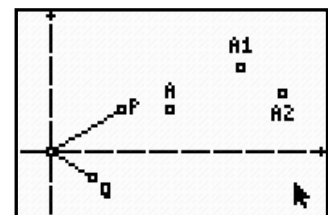
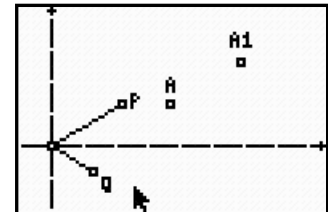
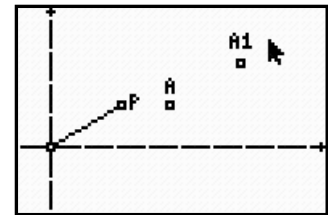
Leid hieruit het functievoorschrift af van een verschuiving volgens [OP] met (a,b) de coördinaten van P:

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 : (x, y) \mapsto (\dots, \dots).$$

- c. Teken een tweede punt Q en verschuif A1 volgens [OQ].

Is het mogelijk om deze samenstelling uit te voeren met één verschuiving? Indien ja, volgens welk lijnstuk?

Is de volgorde van verschuiven van belang?



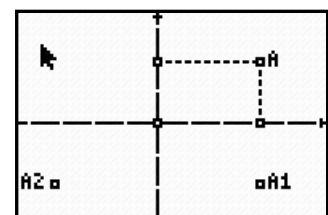
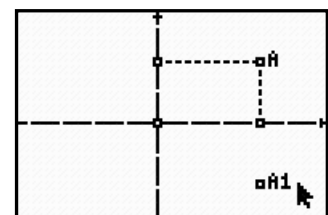
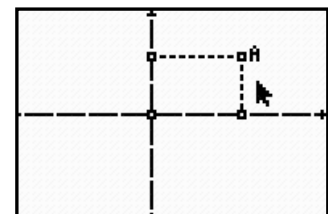
### 10.2 Spiegeling

- a. Teken t.o.v. een assenstelsel een punt A en bepaal de coördinaten van dit punt.

- b. Spiegel dit punt t.o.v. de x-as. Noem dit punt A1 en vergelijk de coördinaten van A1 met de coördinaten van A. Formuleer een functievoorschrift voor een spiegeling om de x-as.

- c. Spiegel het punt A1 om de y-as. Noem dit punt A2 en vergelijk de coördinaten van A2 met de coördinaten van A1. Formuleer een functievoorschrift voor een spiegeling om de y-as.

- d. Kan de samenstelling van de spiegelingen uit punt b en c uitgevoerd worden met één spiegeling? Is de volgorde van samenstellen van belang?

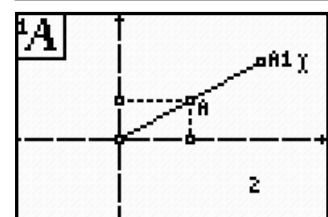
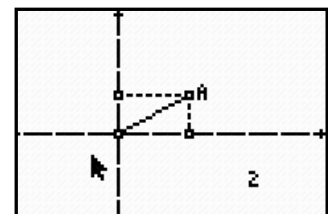


### 10.3 Homothetie

- a. Teken t.o.v. een assenstelsel een punt A en een schaalfactor, bijvoorbeeld 2.

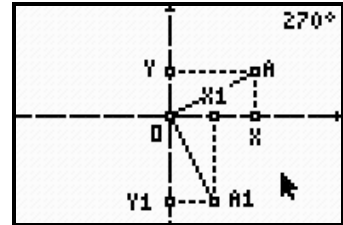
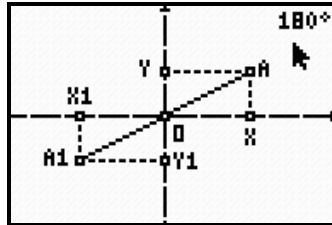
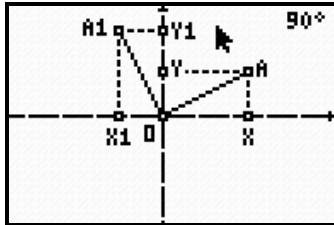
- b. Bepaal het beeld van A, A1, voor de homothetie met schaalfactor 2 en centrum de oorsprong.

- c. Vergelijk de coördinaten van A en A1 en leid hieruit een functievoorschrift af voor een homothetie met als centrum de oorsprong en als schaalfactor a. Controleer



## 10.4 Draaiing

- Teken een punt A en een getal, bv. 90, als rotatiehoek  $\vartheta$ .
- Bepaal achtereenvolgens het beeld van A onder een draaiing over  $\vartheta = 90^\circ$ ,  $\vartheta = 180^\circ$  en  $\vartheta = 270^\circ$ . Merk op dat na het roteren een  $^\circ$ -symbool wordt toegevoegd.



- Schrijf voor  $\vartheta = 90^\circ$ ,  $\vartheta = 180^\circ$  en  $\vartheta = 270^\circ$  X1 en Y1 i.f.v. X en Y.

X1 = .....

X1 = .....

X1 = .....

Y1 = .....

Y1 = .....

Y1 = .....

## Referenties

*Cabri Jr.: Interactive Geometry, Activities and Investigations* - Charles Vonder Embse, Eugene Olmstead – Explorations, Texas Instruments Incorporated – 2004

*Exploring Mathematics with the Cabri Jr. Application* - Charles Vonder Embse, Eugene Olmstead, Karen Campe – Explorations, Texas Instruments Incorporated – 2004





Cabri Junior is de versie van Cabri voor de grafische rekenmachines TI-83 Plus (Silver Edition) en TI-84 Plus (Silver Edition). De naam Junior laat een beperking vermoeden in vergelijking met de computerversie wat niet wil zeggen dat Cabri Junior niet bruikbaar is in de dagelijkse klassituatie. Met dit cahier willen we tonen dat Cabri Junior op een eenvoudige manier dynamische meetkunde in de klas kan brengen.

Ook Cabri Junior is een tool om leerlingen te motiveren zelf meetkundige eigenschappen en relaties te ontdekken en te onderzoeken. Ze leren terwijl ze figuren construeren, ze kunnen achtereenvolgens hypothesen formuleren en testen om zo hun conclusies te trekken.

KOEN STULENS is educational consultant voor Texas Instruments en verbonden aan het departement Wiskunde-Natuurkunde-Informatica aan de Universiteit Hasselt.