

Multiples et nombres premiers

Compétences visées

- **chercher**, expérimenter – en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- **modéliser**, faire une simulation, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...), changer de registre ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes.

Ces compétences sont mises en œuvre dans le cadre de l'extrait du programme de 2^{nde} GT ci-dessous :

- « Pour des entiers a et b donnés, déterminer le plus grand multiple de a inférieur ou égal à b . »
- « Déterminer si un entier naturel est premier. »

Situation déclenchante

Le crible d'Eratosthène

Ce crible, qui permet de trouver tous les entiers premiers jusqu'à un entier spécifié.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	37	38	39	40	
41	42	43	44	45	47	48	49	50	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	67	68	69	70	
71	72	73	74	75	76	77	79	80	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	97	98	99	100	

Voici le principe du crible :

- 1) Écrire tous les entiers de 2 à n .
- 2) Enlever (ou barrer) les multiples de 2 sauf 2.
- 3) Récupérer le plus petit nombre non barré, c'est à dire 3, et barrer les multiples de 3 sauf 3, etc...
- 4) Test d'arrêt : On s'arrête dès qu'on a atteint la racine carrée de n .
- 5) Les nombres restants sont les nombres premiers inférieurs ou égaux à n .

Problématique

Ecrire un programme qui simule le fonctionnement du crible d'Eratosthène et qui permet de trouver les nombres premiers inférieurs ou égaux à un entier spécifié.

Fiche méthode

Proposition de résolution

On crée trois fonctions dans ce programme (appelé aussi script) :

- Une fonction **listemulti(a,n)** qui permet de renvoyer la liste des multiples de a inférieurs ou égaux à n.
- Une fonction **derniermulti(a,n)** qui permet de renvoyer le plus grand multiple de a inférieur ou égal à n.
- Une fonction **eratosthene(n)** qui renvoie la liste des entiers premiers inférieurs ou égaux à n en utilisant le principe du crible d'Eratosthène.

```
PYTHON SHELL
>>> listemulti(2,13)
[0, 2, 4, 6, 8, 10, 12]
>>> listemulti(3,30)
[0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30]
>>> |
```

```
PYTHON SHELL
>>> derniermulti(2,13)
12
>>> derniermulti(3,30)
30
>>> |
```

```
PYTHON SHELL
>>> eratosthene(20)
[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19]
>>> eratosthene(50)
[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47]
>>> |
```

Etapes de résolution

L'instruction **from math import *** permet d'ajouter les fonctions de la bibliothèque math (on aura besoin de la fonction racine carré dans le programme suivant)

Fonction **listemulti(a,n)** renvoyant la liste des entiers multiples de a inférieurs ou égaux à n.

L'instruction `l=[]` permet d'initialiser la liste l avec la liste vide. L'instruction `l.append(a*i)` permet de rajouter le multiple de a à la liste l.

```
ÉDITEUR : MULTIPLE
LIGNE DU SCRIPT 0001
from math import *

def listemulti(a,n):
    l=[]
    i=0
    while a*i<=n:
        l.append(a*i)
        i=i+1
    return l
```

Pour profiter de tutoriels vidéos, Flasher le QRCode ou cliquer dessus



Fiche méthode

Etapes de résolution

C'est un principe à retenir : On peut appeler une fonction (ici : la fonction `listemulti(a,n)`) à l'intérieur d'une autre fonction (ici: `derniermulti(a,n)`). L'utilisation successive de fonctions en python rend le programme dans son ensemble plus lisible.

La fonction `derniermulti(a,n)` permet de renvoyer le plus grand multiple de a inférieur ou égal à n.

La fonction `eratosthene(n)` renvoie la liste des entiers premiers inférieurs ou égaux à n.

On va créer une liste nommée `multiple` dans laquelle on va stocker tous les multiples des premiers entiers inférieurs ou égaux à la partie entière de \sqrt{n} . Pour cela, on va faire appel à la fonction `listemulti(i,n)` définie précédemment. Il faudra cependant enlever les 2 premiers éléments de la liste (instruction `del l[0]` suivi de `del l[0]`).

L'instruction `multiple=multiple+l` permet de fusionner les deux listes.

Une fois la liste de multiples créée, d'après le crible d'Eratosthène, les entiers premiers sont ceux qui ne font pas partis de la liste. On détermine donc à l'aide d'une boucle les éléments non présents dans la liste et on les ajoute à la liste des nombres premiers. L'instruction `premier.append(i)` permet d'ajouter l'entier i à la liste premier.

```
ÉDITEUR : MULTIPLE
LIGNE DU SCRIPT 0022
def derniermulti(a,n):
    l=listemulti(a,n)
    a=len(l)-1
    return l[a]
```

```
ÉDITEUR : MULTIPLE
LIGNE DU SCRIPT 0033
def eratosthene(n):
    a=floor(sqrt(n))
    multiple=[]
    premier=[]
    for i in range (2,a+1):
        l= listemulti(i,n)
        del l[0]
        del l[0]
        multiple=multiple+l
    for i in range (2,n+1):
        if i not in multiple:
```

```
ÉDITEUR : MULTIPLE
LIGNE DU SCRIPT 0044
        premier.append(i)
    return premier
```

Pour profiter de tutoriels vidéos, Flasher le QRCode ou cliquer dessus

